

1. 가로, 세로의 길이가 각각 2cm, 7cm 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{14}$

해설

(직사각형의 넓이) $= 2 \times 7 = 14(\text{cm}^2)$ 이고,

이 값과 같게 정사각형의 넓이도

14cm^2 가 되어야 하므로

$$x^2 = 14$$

$$\therefore x = \sqrt{14} (\because x > 0)$$

2. 다음 빈칸에 알맞은 수를 써 넣어라.

3 과 -3 을 제곱하면 이므로 9 의 제곱근은 , -3 이다.
또한 9 의 제곱근을 근호로 나타내면 $\sqrt{9}$, 이므로 $\sqrt{9} =$
, $-\sqrt{9} =$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : $-\sqrt{9}$

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -3

해설

3 과 -3 을 제곱하면 9 이므로 9 의 제곱근은 3 , -3 이다. 또한
9 의 제곱근을 근호로 나타내면 $\sqrt{9}$, $-\sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{9} = 3$,
 $-\sqrt{9} = -3$ 이다.

3. 제곱근 $\sqrt{(-4)^2}$ 를 A , $\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, AB 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = 4$$

$$(\text{제곱근 } 4) = \sqrt{4} = 2 = A$$

$$\left(\frac{1}{4} \text{의 음의 제곱근}\right) = -\frac{1}{2} = B$$

$$\therefore AB = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

4. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5

② 70

③ 81

④ 89

⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

5. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$$9 < \sqrt{2x+30} < 12$$

$$2x+30 = 10^2 = 100, \quad x = 35$$

$$2x+30 = 11^2 = 121, \quad x = 45.5$$

6. $\sqrt{a^2+27}=b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답: , ▶ 답: 14

▷ 정답: $a=13$, ▷ 정답: $b=14$

해설

양변을 제곱하면 $a^2+27=b^2$ 이므로 $b^2-a^2=(b+a)(b-a)=27$
 $\therefore (b+a, b-a)=(27, 1), (9, 3)$
($\because a, b$ 는 자연수이므로 $b+a > b-a$)
 $\therefore a=13, b=14$ 또는 $a=3, b=6$

7. $\sqrt{24-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$24 - x = 0, 1, 4, 9, 16$
 $\therefore x = 24, 23, 20, 15, 8$

8. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 14 ⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면
49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은
값은 $\sqrt{50-x} = 25$ 가 될 때이다.

$$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$$

$$50-x = 25$$

$$\therefore x = 25$$

9. X, Y 주사위 두 개를 던져 나온 눈의 수를 각각 x, y 라고 할 때, $\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{36}$

해설

$\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 되기 위해서

$x-y=1$ 또는 $x-y=4$ 이어야 한다.

(i) $x-y=1$ 인 경우 순서쌍

(x, y) 는 $(6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2),$

$(2, 1)$

(ii) $x-y=4$ 인 경우 순서쌍 (x, y) 는 $(6, 2), (5, 1)$ 이다.

따라서 (i), (ii) 에서 구하는 확률은 $\frac{7}{6 \times 6} = \frac{7}{36}$ 이다.

10. $\sqrt{169+x} - \sqrt{150-y}$ 가 가장 작은 정수가 되기 위한 정수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \geq 0, y \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{169+x} - \sqrt{150-y}$ 가 가장 작은 정수가 되기 위해서
 $\sqrt{169+x}$ 는 가장 작은 정수가 되어야 하므로
 $x = 0$ 이고,
 $\sqrt{150-y}$ 가 가능한 한 큰 정수가 되어야 하므로
 $y = 6$ 이다.
따라서 $x+y = 6$ 이다.

11. $\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되는 양의 정수 x 의 값들의 합은?

- ① 60 ② 116 ③ 155 ④ 197 ⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되기 위해서는,
 $54-x =$ 완전제곱수가 되어야 한다.
 $54-x = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$
 $\therefore x = 5 + 18 + 29 + 38 + 45 + 50 + 53 = 238$

12. 다음 중 $\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

$\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하기 위해서는
 $17-2x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
 $17-2x=1 \Rightarrow x=8$
 $17-2x=4 \Rightarrow x=6.5$ (x 가 자연수가 아니다)
 $17-2x=9 \Rightarrow x=4$
 $17-2x=16 \Rightarrow x=0.5$ (x 가 자연수가 아니다)
따라서 $x=4, 8$ 이다.

13. $\sqrt{150-x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$150-x$ 가 150보다 작은 제곱수 중에서 가장 커야 하므로 $150-x=144$
 $\therefore x=6$

14. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

15. $\sqrt{10-x}$ 가 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때 $\sqrt{10-x} = \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3$ 이 되므로 성립한다.
 $\therefore x = 1$

16. 자연수 a, b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a=49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b=29$ 이다.

따라서 $10a+b=490+29=519$ 이다.

17. $\sqrt{38-n}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$$38 - n = 36 \Rightarrow n = 2$$

$$38 - n = 25 \Rightarrow n = 13$$

$$38 - n = 16 \Rightarrow n = 22$$

$$38 - n = 9 \Rightarrow n = 29$$

$$38 - n = 4 \Rightarrow n = 34$$

$$38 - n = 1 \Rightarrow n = 37$$

$$38 - n = 0 \Rightarrow n = 38$$

따라서 $n = 7$ 개이다.

18. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ☐ ㉠ 2
- ☐ ㉡ 9
- ☐ ㉢ 12
- ☐ ㉣ 15
- ☐ ㉤ 16
- ☐ ㉥ 18

- ☐ ① ㉠, ㉢, ㉣
- ☐ ② ㉠, ㉢, ㉤
- ☐ ③ ㉡, ㉢, ㉥
- ☒ ④ ㉢, ㉣, ㉤
- ☐ ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

- $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
- ㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.
- ㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.
- ㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

19. $\sqrt{120-x} - \sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x = 20$ 이어야 한다.

20. $\sqrt{384-24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$\sqrt{384-24x}$ 에서

$384-24x=24(16-x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)}=2\sqrt{6}\times\sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow 2\sqrt{2\times 3}\times\sqrt{16-x}$

$16-x=6\times 1^2=6$

$x=10$ 이다.

$16-x=6\times 2^2=24$ 는 $x<0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x=10$ 의 값 한 개뿐이다.

21. $\sqrt{52-x}=7$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$\sqrt{52-x}=7$$

$$52-x=49$$

$$\therefore x=3$$

22. 3의 음의 제곱근과 양의 제곱근을 각각 a, b 라 할 때, 다음 식을 계산하여라.

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3} \text{ 이므로,}$$

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9\{(-\sqrt{3})^2(\sqrt{3})^2\}^3} - \sqrt{5(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9^4} - \sqrt{15 - 6}} = 9 - 3 = 6$$

23. $-\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & -\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2} \\ & = -5 \div 7 \div \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} = -5 \times \frac{1}{7} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

24. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282

② 285

③ 288

④ 291

⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$\begin{aligned}\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c &= 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2} \\ &= 288 + 3 = 291\end{aligned}$$

25. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k 는 자연수) 이어 한다.

$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$

$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$

$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$

$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

26. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

27. $-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 를 만족하는 정수 x , y 에 대해

$y - x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y - x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.

$-4\sqrt{3} \leq x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6

$2\sqrt{2} < \sqrt{\frac{y}{2}} \leq 5$ 을 정리하면 $8 < \frac{y}{2} \leq 25$, 즉 $16 < y \leq 50$

이므로 정수 y 의 최댓값은 50

따라서 $y - x$ 의 최댓값은 $50 - (-6) = 56$ 이다.