1. 가로, 세로의 길이가 각각 $2\mathrm{cm}$, $7\mathrm{cm}$ 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{14}$

해설

(직사각형의 넓이) $= 2 \times 7 = 14(\mathrm{cm}^2)$ 이고,
이 값과 같게 정사각형의 넓이도
$14\mathrm{cm}^2$ 가 되어야 하므로
$x^2 = 14$
$\therefore x = \sqrt{14} (\because x > 0)$

2. 다음 빈칸에 알맞은 수를 써 넣어라.

> 3 과 -3 을 제곱하면 $\square$ 이므로 9 의 제곱근은 $\square$, -3 이다. 또한 9 의 제곱근을 근호로 나타내면 $\sqrt{9}$, $\square$ 이므로 $\sqrt{9} = \square$, $-\sqrt{9} = \square$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : $-\sqrt{9}$

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -3

해설

3 과 -3 을 제곱하면 9 이므로 9 의 제곱근은 3 , -3 이다. 또한 9 의 제곱근을 근호로 나타내면 $\sqrt{9}$, $-\sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{9} = 3$, $-\sqrt{9} = -3$ 이다.

3. 제곱근 $\sqrt{(-4)^2}$ 를 A , $\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, AB 의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② $-\frac{1}{2}$　③ 1　④ -1　⑤ -2

해설

$\sqrt{(-4)^2} = 4$

(제곱근 4)$= \sqrt{4} = 2 = A$

$\left(\frac{1}{4}\text{의 음의 제곱근}\right) = -\frac{1}{2} = B$

$\therefore\ AB = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

4. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은
$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$
$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$
$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$
110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

5. $9 < \sqrt{2x+30} < 12$ 일 때, $\sqrt{2x+30}$을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

해설

$9 < \sqrt{2x+30} < 12$

$2x + 30 = 10^2 = 100,\ \ x = 35$

$2x + 30 = 11^2 = 121,\ \ x = 45.5$

6. $\sqrt{a^2+27}=b$를 만족하는 자연수 a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 : , ▶ 답 : 14

▷ 정답 : $a=13$, ▷ 정답 : $b=14$

해설

양변을 제곱하면 $a^2+27=b^2$ 이므로 $b^2-a^2=(b+a)(b-a)=27$

$\therefore (b+a, b-a)=(27,1),(9,3)$

$(\because a,\ b$는 자연수이므로 $b+a>b-a$)

$\therefore\ a=13,\ b=14$ 또는 $a=3,\ b=6$

7. $\sqrt{24-x}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 x 의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$24-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$

$\therefore\ x=24,\ 23,\ 20,\ 15,\ 8$

8. $\sqrt{50-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은?

① 1 ② 5 ③ 9 ④ 14 ⑤ 25

해설

50 보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수부터 차례대로 구하면 49, 36, 25 이고, 이를 만족하는 자연수 x 중 세번째로 작은 값은 $\sqrt{50-x}=25$ 가 될 때이다.

$\sqrt{50-x} = \sqrt{25}$

$50-x=25$

$\therefore \ x=25$

9. X, Y 주사위 두 개를 던져 나온 눈의 수를 각각 x, y 라고 할 때, $\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{36}$

해설

$\sqrt{x-y}$ 가 자연수가 되기 위해서
$x-y=1$ 또는 $x-y=4$ 이어야 한다.
(i) $x-y=1$ 인 경우 순서쌍
$(x,\ y)$ 는 $(6,\ 5)$, $(5,\ 4)$, $(4,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(2,\ 1)$
(ii) $x-y=4$ 인 경우 순서쌍 $(x,\ y)$ 는 $(6,\ 2)$, $(5,\ 1)$ 이다.
따라서 (i), (ii) 에서 구하는 확률은 $\frac{7}{6\times6}=\frac{7}{36}$ 이다.

10. $\sqrt{169+x}-\sqrt{150-y}$ 가 가장 작은 정수가 되기 위한 정수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \geq 0$, $y \geq 0$)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 6

해설

$\sqrt{169+x}-\sqrt{150-y}$ 가 가장 작은 정수가 되기 위해서
$\sqrt{169+x}$ 는 가장 작은 정수가 되어야 하므로
$x=0$ 이고,
$\sqrt{150-y}$ 가 가능한 한 큰 정수가 되어야 하므로
$y=6$ 이다.
따라서 $x+y=6$ 이다.

11. $\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되는 양의 정수 x 의 값들의 합은?

① 60 ② 116 ③ 155 ④ 197 ⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되기 위해서는,

$54-x=$ 완전제곱수가 되어야 한다.

$54-x=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49$

$\therefore\ x=5+18+29+38+45+50+53=238$

12. 다음 중 $\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

$\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하기 위해서는
$17-2x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
$17-2x=1 \Rightarrow x=8$
$17-2x=4 \Rightarrow x=6.5$ (x 가 자연수가 아니다)
$17-2x=9 \Rightarrow x=4$
$17-2x=16 \Rightarrow x=0.5$ (x 가 자연수가 아니다)
따라서 $x=4,\ 8$ 이다.

13. $\sqrt{150-x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$150-x$ 가 150보다 작은 제곱수 중에서 가장 커야 하므로 $150-x=144$

$\therefore\ x=6$

14. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

15. $\sqrt{10-x}$ 가 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=1$ 일 때 $\sqrt{10-x}=\sqrt{10-1}=\sqrt{9}=3$ 이 되므로 성립한다.

$\therefore\ x=1$

16. 자연수 a, b에 대해서 $\sqrt{49-a}+\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a}+\sqrt{196+b}$이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.
또한 $10a-b$가 최댓값이 되려면 a는 최댓값, b는 최솟값이어야 한다.
$\sqrt{49-a}$가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a의 최댓값은 $a=49$이다.
$\sqrt{196+b}$가 자연수가 되는 b의 최솟값은 $b=29$이다.
따라서 $10a+b=490+29=519$이다.

17. $\sqrt{38-n}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$38-n=36 \Rightarrow n=2$

$38-n=25 \Rightarrow n=13$

$38-n=16 \Rightarrow n=22$

$38-n=9 \Rightarrow n=29$

$38-n=4 \Rightarrow n=34$

$38-n=1 \Rightarrow n=37$

$38-n=0 \Rightarrow n=38$

따라서 $n=7$ 개이다.

18. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2　㉡ 9　㉢ 12　㉣ 15　㉤ 16

㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣　② ㉠, ㉢, ㉤　③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

19. $\sqrt{120-x}-\sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x=20$ 이어야 한다.

20. $\sqrt{384-24x}$ 가 자연수일 때, 자연수 x 의 값의 합을 구하면?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\sqrt{384-24x}$ 에서

$384-24x=24(16-x)$ 이므로

$\sqrt{24(16-x)}=2\sqrt{6}\times\sqrt{16-x}$ 이다.

$\Rightarrow\ 2\sqrt{2\times3}\times\sqrt{16-x}$

$16-x=6\times1^2=6$

$x=10$ 이다.

$16-x=6\times2^2=24$ 는 $x<0$ 이므로 x 가 자연수가 될 수 없다.

따라서 $x=10$ 의 값 한 개뿐이다.

21. $\sqrt{52-x}=7$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

해설

$\sqrt{52-x}=7$

$52-x=49$

$\therefore x=3$

22. 3 의 음의 제곱근과 양의 제곱근을 각각 a, b 라 할 때, 다음 식을 계산하여라.

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}$$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 6

해설

$a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3}$ 이므로,

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9\left\{(-\sqrt{3})^2(\sqrt{3})^2\right\}^3}} - \sqrt{5(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9^4}} - \sqrt{15 - 6} = 9 - 3 = 6$$

23. $-\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

해설

$-\sqrt{25} \div \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$

$= -5 \div 7 \div \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} = -5 \times \frac{1}{7} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} = -\frac{4}{3}$

24. $\dfrac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2,\ b = -\sqrt{(-6)^2} = -6,\ c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2}$$

$$= 288 + 3 = 291$$

25. $\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360}$ 을 만족하는 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 는 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$\sqrt{42} < \sqrt{3x} < \sqrt{360} \rightarrow 14 < x < 120$ $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되려면 $x = 3 \times k^2$ (k는 자연수) 이어 한다.

$k^2 = 9$ 일 때, $x = 3 \times 9 = 27$

$k^2 = 16$ 일 때, $x = 3 \times 16 = 48$

$k^2 = 25$ 일 때, $x = 3 \times 25 = 75$

$k^2 = 36$ 일 때, $x = 3 \times 36 = 108$

26. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

해설

$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$

$16 < 2n < 49$

$\therefore\ 8 < n < \dfrac{49}{2} = 24.5$

$\therefore$ 최댓값 $a = 24$, 최솟값 $b = 9$

$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$

27. $-4\sqrt{3} \le x < \sqrt{26}$, $2\sqrt{2} < \sqrt{\dfrac{y}{2}} \le 5$를 만족하는 정수 x , y 에 대해 $y-x$ 의 값의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$y-x$ 의 값의 최댓값은 y 가 최대일 때, x 가 최소일 때이다.
$-4\sqrt{3} \le x < \sqrt{26}$ 이 성립하는 정수 x 의 최솟값은 -6
$2\sqrt{2} < \sqrt{\dfrac{y}{2}} \le 5$ 을 정리하면 $8 < \dfrac{y}{2} \le 25$, 즉 $16 < y \le 50$
이므로 정수 y 의 최댓값은 50
따라서 $y-x$ 의 최댓값은 $50-(-6)=56$ 이다.