

1. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

① 18

② 30

③ 45

④ 60

⑤ 72

해설

$$\begin{aligned}7200 &= 2^5 \times 3^2 \times 5^2 \\ \therefore 2 \times 3 \times 5 &= 30\end{aligned}$$

2. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                           개

▷ 정답 : 12 개

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$   
약수의 개수 :  $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$

3. 다음 두 수의 최대공약수는?

$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$

- ① 8
- ② 10
- ③ 11
- ④ 12
- ⑤ 14

해설

$2^2 \times 3 = 12$

4. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는  $12 + 1 = 13$

5. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

- ① 200      ② 250      ③ 300      ④ 350      ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로  
(두 수의 곱)=  $5 \times 60$   
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

6. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70      ② 75      ③ 80      ④ 85      ⑤ 90

해설

$$A = 8 \times 9 + 3 = 75$$

7.  $7^{100}$  을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

| 7의 거듭제곱 수                                           | 일의 자리 수  |
|-----------------------------------------------------|----------|
| $7^1(=7)$                                           | 7        |
| $7^2(=7 \times 7=49)$                               | 9        |
| $7^3(=7 \times 7 \times 7=343)$                     | 3        |
| $7^4(=7 \times 7 \times 7 \times 7=2401)$           | 1        |
| $7^5(=7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7=16807)$ | 7        |
| $\vdots$                                            | $\vdots$ |

100 은 4 로 나누어 떨어지므로  $7^{100}$  의 일의 자리의 수는 1 이다.

8. 20 이하의 홀수 중에서 두 자리 소수를 모두 고른 것은?

- ① 11, 13, 17      ② 11, 13, 15, 17      ③ 11, 13, 15, 19  
④ 11, 15, 17, 19      ⑤ 11, 13, 17, 19

해설

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19의 수 중에서  
두 자리 소수는 11, 13, 17, 19 이다.

9. 12 에 가능한 한 작은 자연수  $a$  를 곱하여 어떤 자연수  $b$  의 제곱이 되도록 할 때,  $a, b$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 3$

▷ 정답 :  $b = 6$

해설

$$12 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$a = 3$$

$$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$$

$$2^2 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 3 = 6$$

10. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      4   개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수  $n$  의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는  
1 과  $n$  이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로  
자연수  $n$  은 소수의 완전제곱수이어야 한다.  
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면  
 $7^2 = 49 < 50$  이고  $11^2 = 121 > 50$  이므로  
50 이하인 소수의 완전제곱수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$  이다.

11. 다음 중 2와 서로소인 수는 모두 몇 개인가?

3, 4, 5, 6, 7, 9, 10

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

2와 서로소인 수는 3, 5, 7, 9로 총 4개이다.

12. 두 수  $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

①  $2 \times 3$

②  $2 \times 5$

③  $3 \times 5$

④  $2^2 \times 3$

⑤  $2 \times 3^2$

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는  $2 \times 3$ 이다.

13. 세 자연수  $5 \times a$ ,  $7 \times a$ ,  $3 \times a$  의 최소공배수가 420 일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{array}{r} a \overline{) 5 \times a \quad 7 \times a \quad 3 \times a} \\ \underline{\phantom{a} 5 \phantom{\times a} \phantom{7 \times a} \phantom{3 \times a}} \\ a \times 5 \times 7 \times 3 = 420 \\ \therefore a = 4 \end{array}$$

14. 두 자연수  $2^a \times 3^3$ ,  $2 \times 3^b \times c$  의 최대공약수는 18, 최소공배수가 270 일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

최대공약수  $18 = 2 \times 3^2$ ,  
최소공배수  $270 = 2 \times 3^3 \times 5$  이므로  
 $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 5$   
 $\therefore a + b + c = 8$

15. 120보다 작은 7의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 17개

해설

$$120 \div 7 = 17.14 \dots$$

$$\text{즉, } 7 \times 1 = 7, 7 \times 2 = 14, \dots, 7 \times 17 = 119$$

16.  $x = 5^{15} + 1$ ,  $y = 2^{13} + 1$  일 때  $xy$ 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$   
이 때  $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$  이므로  
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.  
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$   
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$   
 $= 10^{13} \times 25$   
따라서  $xy$ 는 15 자리의 수이다.

17. 세 자연수 45,  $A$ , 90 의 최대공약수가 15 일 때,  $A$  가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

$A$  는 15 를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수인 15 의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.

15, 30, 45, 60, 75, 90

이 중, 45, 90 과의 최대공약수가 15 가 될 수 있는 자연수는 15, 30, 60, 75 이다.

이 중 가장 큰 수는 75 이다.

18. 굴 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명)이다.



20. 두 분수  $\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$  를 자연수로 만드는 자연수  $n$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$  를 자연수로 만드는  $n$ 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수  $n$ 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

21.  $I, M, O$  는  $I \times M \times O = 2001$  을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때,  $I + M + O$  의 최댓값은?

① 23

② 55

③ 99

④ 111

⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$  이고, 합의 최댓값을 구하므로,  $I, M, O$  는 1, 3, 667 이 된다.

22.  $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면  $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$\square = 2^2 = 4$

23. 다음 두 수  $2^a \times 3^3 \times 5^2$ ,  $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가  $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수  $a$ 가 될 수 없는 것은?

① 2                      ② 3                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

$2^a$ 와  $2^5$ 의 최소공배수가  $2^5$ 이므로  $a$ 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한  $5^2$ 과  $5^{a+1}$ 의 최소공배수가  $5^{a+1}$ 이므로  $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어,  $a$ 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

24. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴
- ② 18 바퀴
- ㉠ 20 바퀴
- ④ 21 바퀴
- ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.  
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는  $60 \div 15 = 4$  (바퀴) 회전하므로  
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는  $4 \times 5 = 20$  (바퀴) 이다.

25. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24개    ② 36개    ③ 48개    ④ 60개    ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로  
(필요한 나무토막의 개수)  
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$   
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$