1. 실수 k 에 대하여 $\dfrac{\sqrt{k-1}}{\sqrt{k-2}} = -\sqrt{\dfrac{k-1}{k-2}}$ 이 성립할 때, $|k-3|+|k-1|$ 을 간단히 하면?

① -2　　② 4　　③ 2

④ $|2k-4|$　　⑤ $|-2k-2|$

해설

$k-1 \geq 0,\ k-2 < 0$

$1 \leq k < 2$

$|k-3|+|k-1| = -(k-3)+(k-1) = 2$

2. 포물선 $y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과 서로 만나지 않을 때의 k 의 범위를 구하면?

① $k < \frac{1}{2}$ ② $k < -\frac{1}{2}$ ③ $k > \frac{1}{4}$

④ $k < \frac{1}{4}$ ⑤ $k > -\frac{1}{4}$

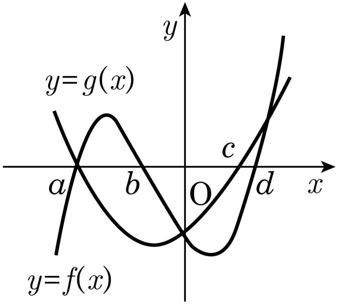
해설

$y = x^2 - 2x + 4k$ 의 그래프가 x 축과
만나지 않으려면 판별식D 가
$D < 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - 4k < 0$$

$$\therefore\ k > \frac{1}{4}$$

3. 두 개의 방정식 $f(x)=0$, $g(x)=0$ 을 좌표평면에 나타내었더니 다음 그림과 같았다. 이 때, 다음 중 $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=0$를 만족하는 것을 고르면?



① a　　② a, b　　③ a, c

④ a, b, d　　⑤ a, b, c, d

해설

$f(x)=0$, $g(x)=0$를 모두 만족하는 것은 a 이다.
($\because$ 실수 a, b 에 대하여 $a^2+b^2=0$ 이면
$a=0$ 이고 $b=0$ 이다.)

4. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 3 + a$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 최솟값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

점$(1, 2)$ 를 대입하면, $a = 4$

$y = x^2 - 6x + 7 = (x - 3)^2 - 2$

따라서 최솟값은 -2

5. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 는 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x=-2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a+b+c$ 의 값은?

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a=-\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 3)$,

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$

$\therefore\ a=-\frac{1}{2},\ b=-2,\ c=1$

$\therefore a+b+c=-\frac{3}{2}$

6. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) - 16 = 0$$

① 4　　② -4　　③ -2　　④ $1+i$　　⑤ $1-i$

해설

$x^2 - 2x = X$ 로 놓으면 주어진 방정식은

$X^2 - 6X - 16 = 0,\ (X-8)(X+2) = 0$

$\therefore x = 8$ 또는 $X = -2$

(i) $X = 8$ 일 때 $x^2 - 2x = 8$ 에서 $(x-4)(x+2) = 0$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$

(ii) $X = -2$ 일 때$x^2 - 2x = -2$ 에서 $x^2 - 2x + 2 = 0$

$\therefore x = 1 \pm i$

따라서 (i), (ii) 에서 $x = 4$ 또는 $x = -2$ 또는 $x = 1 \pm i$

7. 삼차방정식 $x^3-3x^2+2x+1=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\alpha+\beta+\gamma=3, \quad \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2, \quad \alpha\beta\gamma=-1$이므로
$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)=3^2-2\cdot(2)=$
$9-4=5$

8. 계수가 유리수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 한근이 $2-\sqrt{3}$일 때, $\dfrac{c-b}{a}$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

계수가 유리수인 이차방정식에서 $2-\sqrt{3}$이 근이면 $2+\sqrt{3}$도 근이므로

근과 계수의 관계에 의하여 $-\dfrac{b}{a}=\left(2+\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)=4$

$\dfrac{c}{a}=\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=1$

$\therefore\ \dfrac{c-b}{a}=\dfrac{c}{a}+\left(-\dfrac{b}{a}\right)=1+4=5$

9. 방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 w라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $w^3 - 1 = 0$

② $w^2 - w + 1 = 0$

③ $w + \dfrac{1}{w} = -1$

④ $w^{2008} + w^{2009} = -1$

⑤ 다른 허근은 w^2이다.

해설

① $w^3 = 1$이므로 $w^3 - 1 = 0$

② $w^3 - 1 = 0$이므로

$(w-1)(w^2 + w + 1) = 0$

$w - 1 \neq 0$이므로 $w^2 + w + 1 = 0$

$\therefore\ w^2 - w + 1 = -2w \neq 0$

③ $w^2 + w + 1 = 0$이고

$\omega \neq 0$이므로

양변을 w로 나누면 $w + 1 + \dfrac{1}{w} = 0$

$\therefore\ w + \dfrac{1}{w} = -1$

④ $\omega^{2008} = (\omega^3)^{669} \cdot \omega = \omega$,

$\omega^{2009} = (\omega^3)^{669} \cdot \omega^2 = \omega^2$

$\therefore\ w^{2008} + w^{2009} = w + w^2 = -1$

$(\because\ w^2 + w + 1 = 0)$

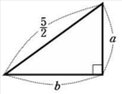
⑤ $(w^2)^3 = w^6 = (w^3)^2 = 1^2 = 1$

따라서, w^2은 $x^3 = 1$의 다른 한 허근이다.

10. 빗변의 길이가 $\frac{5}{2}$ 인 직각 삼각형의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 일 때, 빗변이 아닌 두 변의 길이의 합은?

① $\frac{\sqrt{37}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{34}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{31}}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{7}{2}$

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b 라 하면넓이는

$$\frac{1}{2}ab = \frac{3}{2} \quad \cdots ①$$

$$a^2 + b^2 = \frac{25}{4} \quad \cdots ②$$

①, ②식에서

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= \frac{25}{4} + 6 = \frac{49}{4}$$

$$\therefore \ a + b = \frac{7}{2}$$

11. $i(x+i)^3$ 이 실수일 때, 실수 x의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 0 ② $\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ -1

해설

$$i(x+i)^3 = i(x^3+3x^2i-3x-i)$$
$$= (-3x^2+1)+(x^3-3x)i$$

실수가 되기 위해서는 허수부가 0

$$\therefore\ x^3-3x=0$$
$$x(x^2-3)=0$$
$$\therefore\ x=0,\ \pm\sqrt{3}$$

12. 10 이하의 자연수 n에 대해, $\dfrac{(1+i)^{2n}}{2^n} = -1$ 을 만족하는 모든 n의 총합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\frac{(1+i)^{2n}}{2^n} = \frac{\{(1+i)^2\}^n}{2^n} = \left(\frac{2i}{2}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$이므로 $n = 4k+2(k = 0, 1, 2, 3, \cdots)$

n이 10 이하의 자연수이므로 $n = 2, 6, 10$

$\therefore\ 2+6+10 = 18$

13. $a^2-3a+1=0$일 때, $a^2-2a+\dfrac{3}{a^2+1}$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$a^2-3a+1=0$에서

$$a^2-2a+\frac{3}{a^2+1}=a-1+\frac{3}{3a}=a+\frac{1}{a}-1$$

한편, $a^2-3a+1=0$의 양변을 a로 나누면

$$a-3+\frac{1}{a}=0 \quad \therefore\ a+\frac{1}{a}=3$$

$$\therefore(\text{준식})=\left(a+\frac{1}{a}\right)-1=2$$

14. a, b, c가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2+2cx+a-b$는 x의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형
② $a=b$인 이등변삼각형
③ $b=c$인 이등변삼각형
④ a가 빗변인 직각삼각형
⑤ c가 빗변인 직각삼각형

해설

$a,\ b,\ c$가 삼각형의 세 변의 길이이므로

$a>0,\ b>0,\ c>0$

따라서, $a+b>0$이므로 준식은 이차식이다.

준식이 완전제곱식이 되려면

판별식 $D=0$

$$\frac{D}{4}=c^2-(a+b)(a-b)=0$$

정리하면, $c^2-a^2+b^2=0$

$\therefore\ a^2=b^2+c^2$

따라서, a가 빗변인 직각삼각형

15. 자연수 n에 대하여 이차방정식 $n(n+1)x^2 - x + 2006 = 0$의 두 근을 α_n, β_n이라할 때, $(\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{2006}) + (\beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_{2006})$의 값은?

① $\dfrac{2004}{2006}$　② $\dfrac{2005}{2006}$　③ $\dfrac{2006}{2007}$　④ $\dfrac{2007}{2008}$　⑤ $\dfrac{2007}{2009}$

해설

$n(n+1)x^2 - x + 2006 = 0$의 두 근이 α_n, β_n이므로

$$\alpha_n + \beta_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

준식$= (\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + \cdots + (\alpha_{2006} + \beta_{2006})$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2006} - \frac{1}{2007}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}$$