1. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

2. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$의 모든 실근의 곱은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$에서
$x^2 = t$로 치환하면
$t^2 + 3t - 10 = 0$, $(t+5)(t-2) = 0$
$\therefore\ t = -5$ 또는 $t = 2$
$\therefore\ x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

3. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a값은?

① $a = -1$　② $a = 1$

③ $a = \pm 1$　④ $a \neq \pm 1$인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}$, $-a^2 \neq -1$

$\therefore\ a \neq \pm 1$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a의 값은 $a \neq \pm 1$인 모든 실수이다.

4. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $x=y+1$을 ㉡에 대입하면,

$(y+1)^2+y^2=5$

$y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$

$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=1$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x=-1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=2$

$\therefore\ xy=2$

5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $A > B > 0,\ C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B,\ C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

6. $ax+b>0$의 해가 $x<2$일 때, $(a+b)x<5b$의 해는?

① $x>5$　② $x>10$　③ $x<1$

④ $x<5$　⑤ $x<10$

해설

$ax+b>0$에서 $ax>-b$

해가 $x<2$ 이므로

$a<0$ ·····㉠

$-\dfrac{b}{a}=2$ ·····㉡

㉡을 정리하면 $b=-2a$ ·····㉢

㉢에서 $b=-2a$를 $(a+b)x<5b$에 대입하면

$(a-2a)x<5\cdot(-2a)$, $-ax<-10a$

㉠에서 $a<0$이므로 $x<10$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5<3x+2 \\ \dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(i) $2x+5<3x+2$, $x>3$

(ii) $\dfrac{x-5}{4}<-\dfrac{x+1}{2}$, $x<1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} -x+a>5 \\ 3-2x \le 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a>3$ ② $a<3$ ③ $a>6$ ④ $a<6$ ⑤ $a \le 6$

해설

$\begin{cases} -x+a>5 \rightarrow a-5>x \\ 3-2x \le 1 \rightarrow 1 \le x \end{cases}$

해가 없으려면 $a-5 \le 1$

$\therefore a \le 6$

9. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$이다. $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(i) $x < -1$

$-(x+1)-(x-1) \geq 4,\ x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$

$x+1-(x-1) \geq 4$

$2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$

$x+1+x-1 \geq 4$

$x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore\ a+b=0$

10. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1,\ \dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

11. 삼차방정식 $x^3-2x^2+ax+6=0$ 의 세 근 α,β,γ 사이에 $\alpha+\beta=\gamma$ 인 관계가 성립할 때, a 의 값은?

① -6　　② -5　　③ -2　　④ -1　　⑤ -3

해설

$x^3-2x^2+ax+6=0$ 에서

$\alpha+\beta+\gamma=2$ ····· ㉠

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=a$ ····· ㉡

$\alpha\beta\gamma=-6$ ····· ㉢

문제 조건에서 $\alpha+\beta=\gamma$ 이므로

㉠에서 $2\gamma=2$,　$\therefore\ \gamma=1$

㉢에 $\gamma=1$ 을 대입하면, $\alpha\beta=-6$

㉡에서 $\alpha\beta+\gamma(\alpha+\beta)=\alpha\beta+\gamma^2=a$

$\gamma=1$, $\alpha\beta=-6$ 을 대입하면 $-6+1=a$

$\therefore\ a=-5$

12. 다음은 삼차방정식 $x^3 + px + 1 = 0$의 한 근을 α라고 할 때, $-\alpha$는 $x^3 + px - 1 = 0$의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

α는 $x^3 + px + 1 = 0$의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0$ $\cdots$㉠ $f(x) = x^3 + px - 1$이라고 하면 $f(-\alpha) =$ (가)$=$ (나) $= 0$ ($\because$ ㉠) 따라서 $-\alpha$는 $x^3 + px - 1 = 0$의 근이다. 또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) =$ (다)$=$ (라)$=$ (마) $= 0$($\because$ ㉠) 따라서, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$의 근이다.

① (가) $(-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$ ② (나) $-(\alpha^3 - p\alpha + 1)$

③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$ ④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3)$

⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0$

해설

α는 $x^3 + px + 1 = 0$의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0$ $\cdots$㉠

$f(x) = x^3 + px - 1$이라고 하면 $f(-\alpha) = (-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$

$= -(\alpha^3 + p\alpha + 1) = 0$ ($\because$ ㉠)

따라서 $-\alpha$는 $x^3 + px - 1 = 0$의 근이다.

또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$

$= \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0 = 0$ ($\because$ ㉠)

따라서 $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$의 근이다.

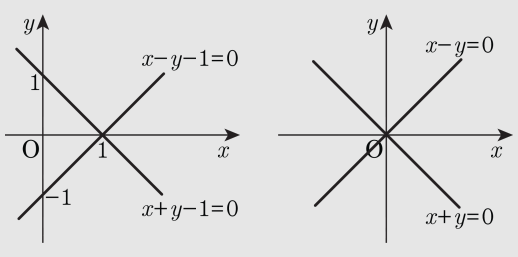
13. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$의 개수는?

① 무한히 많다. ② 0개 ③ 1개

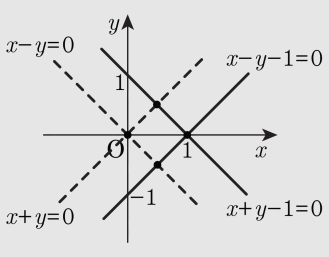
④ 2개 ⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.

14. 어떤 공장에서 A, B의 두 제품을 생산하고 있다. A제품의 생산량은 작년에 비하여 20 %증가하였고, B제품은 25 %증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B제품의 생산량을 구하면?

▶ 답: 개

▷ 정답: 40개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a, b라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$이다.
$a+b=70$, $1.2a+1.25b=86$
연립하여 풀면, $a=30$, $b=40$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 $(x,\ y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots ㉠ \\ (x-y)^2 + y^2 = 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2 - (y-3)^2 = 0$

$(x+y-3)(x-y+3) = 0$

$y = x+3$ 또는 $y = -x+3$

i) $y = -x+3$을 ㉡에 대입하면,

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$\therefore\ x = 2$이 때, $y = 1$

ii) $y = x+3$을 ㉡에 대입하면,

$x^2 + 2x + 4 = 0$

$\therefore\ x = -1 \pm \sqrt{3}i$

이 때, $y = 2 \pm \sqrt{3}i$

i), ii) 에서 실수해의 순서쌍은 $(2,\ 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1 개 이다.

16. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2+3t-4=0$ 의 두 근이므로
$(t-1)(t+4)=0$ 에서
$t=1$ 또는 $t=-4$
따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$$

$\therefore\ 1+(-4)+(-4)+1=-6$

17. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2+2x+k=0,\ x^2+kx+2=0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면
$\alpha^2+2\alpha+k=0$ 이고 $\alpha^2+k\alpha+2=0$ 이므로
$\alpha^2+2\alpha+k=\alpha^2+k\alpha+2$
$(2-k)\alpha+(k-2)=0$
따라서 $\alpha=1$ 이고
$1+2+k=0$ 이므로 $k=-3$

18. $x^2+y^2-2y+1=0$을 만족하는 실수 $x,\ y$의 합 $x+y$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+y^2-2y+1=0$에서 $x^2+(y-1)^2=0$
$x,\ y$는 실수이므로 $x^2\geq 0,\ (y-1)^2\geq 0$
따라서, $x=0,\ y-1=0$이므로 $x=0,\ y=1$
$\therefore\ x+y=0+1=1$

19. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

2 점 문항 개수를 x, 3 점 문항을 y,
4 점 문항을 z 라 하자
$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots$ ㉠
$x + y + z = 30 \quad \cdots$ ㉡
㉠$-4\times$㉡ $\Rightarrow \quad y = 40 - 2x$
㉠$-3\times$㉡ $\Rightarrow \quad z = x - 10$
$\therefore \quad x = 10$ 이면 $z = 0$
$\Leftarrow$ 조건이 성립하지 않음
$\therefore \quad x \geq 11$, 최소 11 문항

20. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x+1.2>0.5x \\ \frac{2}{3}x-\frac{1}{2}<\frac{3}{4}x \end{cases}$ 을 만족하는 모든 정수 x 의 합은?

① 6 ② 3 ③ 1 ④ 0 ⑤ −2

해설

i) $0.3x+1.2>0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면
$3x+12>5x$
$x<6$
ii) $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}<\frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면
$8x-6<9x$
$x>-6$
$\therefore -6<x<6$
만족하는 정수는 $-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ 이고 이들의 합은 0 이다.

21. 분모와 분자의 합이 54 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 5 였다. 이 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{35}$

해설

$0.5 \le \frac{54-x}{x} < 0.6$

$\Rightarrow \begin{cases} 0.5x \le 54-x \\ 54-x < 0.6x \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 1.5x \le 54 \\ -1.6x < -54 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \le 36 \\ x > 33.75 \end{cases}$

$33.75 < x \le 36$ 인 정수 : $x = 34, 35, 36$

$x = 34$ 일 때 $\frac{20}{34}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$x = 35$ 일 때 $\frac{19}{35}$

$x = 36$ 일 때 $\frac{18}{36}$ 이므로 기약분수가 아니다.

따라서 기약분수는 $\frac{19}{35}$ 이다.

22. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$ ② $\frac{10}{3} < x \le \frac{16}{3}$ ③ $\frac{10}{4} < x \le \frac{16}{3}$
④ $\frac{10}{3} \le x \le 4$ ⑤ $3 \le x \le \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.
이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.
사다리 꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,
$15 \le \frac{5}{2}(3x - 4) \le 30$ 이다.
이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \le \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \le 30 \end{cases}$$ 이고,

간단히 하면 $\begin{cases} x \ge \frac{10}{3} \\ x \le \frac{16}{3} \end{cases}$ 이다.

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \le x \le \frac{16}{3}$ 이다.

23. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$5(x-5)+1 \le 4x+9 \le 5(x-5)+5$

$5x-24 \le 4x+9 \le 5x-20$

$x \le 33,\ x \ge 29$

$\therefore\ 29 \le x \le 33$

24. 방정식 $x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B = 0$의 두 근이 -1과 -2일 때, 다른 두 근을 α, β라 하자. 이 때, $A + B - \alpha\beta$의 값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ 1　⑤ 2

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B$라 하면 $-1, -2$가 근이므로

$f(-1) = 1 - A - 7 + A + 3B = 0$

$\therefore B = 2$

$f(-2) = 16 - 8A - 28 + 2A + 3B = 0,\ -6A + 3B - 12 = 0 \quad \therefore A = -1$

$\therefore A + B = -1 + 2 = 1 \cdots\cdots$ ㉠

$\therefore (x+1)(x+2)(x^2 - 4x + 3) = 0$

따라서, 다른 두 근은 $x^2 - 4x + 3 = 0$의 근이다.

$\therefore \alpha\beta = 3 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $A + B - \alpha\beta = 1 - 3 = -2$

25. 삼차방정식 $x^3 = 1$의 한 허근을 ω라 할 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)

보기

㉠ $\omega + \dfrac{1}{\omega} = -1$ ㉡ $\omega^2 + \overline{\omega}^2 = 1$

㉢ $(\omega + 1)(\overline{\omega} + 1) = 1$

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$x^3 = 1$,
$x^3 - 1 = 0$,
$(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$
$w^2 + w + 1 = 0 \cdots ①$
$\overline{w}^2 + \overline{w} + 1 = 0 \cdots ②$
㉠ ①식을 w로 나누면 $w + \dfrac{1}{w} = -1$
㉡ $x^2 + x + 1 = 0$의 두 근 $w, \overline{w}$
$w + \overline{w} = -1$, $w\overline{w} = 1$
$w^2 + \overline{w^2} = (w + \overline{w})^2 - 2w\overline{w} = 1 - 2 = -1$
㉢ $(w+1)(\overline{w}+1)$
$= w\overline{w} + w + \overline{w} + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$
$\therefore$ ㉠, ㉢ 맞음

26. p가 실수일 때, 두 이차방정식 $x^2+px+3=0$, $x^2+3x+p=0$이 오직 한 개의 공통근 α를 갖는다고 한다. 이 때, $\alpha-p$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\alpha^2+p\alpha+3=0$

$\alpha^2+3\alpha+p=0$

$\alpha(p-3)-(p-3)=(\alpha-1)(p-3)=0$

$\alpha=1$ or $p=3$

$p=3$ 이면 두 다항식이 같아지므로 $\alpha=1$

$\therefore 1+p+3=0 \quad \therefore \ p=-4$

$\therefore \ \alpha-p=1-(-4)=5$

27. 방정식 $x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y + 5 = 0$ 을 만족하는 실수 $x,\ y$ 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 x 에 대하여 정리하면
$x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0$ ····· ㉠
이 때, x 가 실수이므로
$\frac{D}{4} = (1-y)^2 - (2y^2 - 6y + 5) \geq 0$
$y^2 - 4y + 4 \leq 0,\ (y-2)^2 \leq 0$
여기서 y 가 실수이므로 $(y-2)^2 = 0$
$\therefore\ y = 2$ ····· ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 $x^2 - 2x + 1 = 0$
$\therefore\ x = 1\ \therefore\ \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$

해설

주어진 식을 정리하면
$x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0$
$x^2 + 2(1-y)x + (1-y)^2 + y^2 - 4y + 4 = 0$
$\therefore\ (x+1-y)^2 + (y-2)^2 = 0$ $x,\ y$ 가 실수이므로 $x + 1 - y = 0,\ y - 2 = 0$
$\therefore\ x = 1,\ y = 2$
$\therefore\ \frac{y}{x} = 2$

28. $A : 5(x+1) > 2x-1$, $B : \dfrac{x-4}{3} + \dfrac{3x+1}{2} > 1$ 에 대하여 A에서 B를 제외한 수들의 갯수는? (단, x 는 정수)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로
A에서 B를 제외한 수는 -1, 0, 1
따라서 3개이다.

29. 등식 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1<2x+y<1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]
$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y=$ (㉠) 이 된다.
$-1<2x+y<1$ 를 풀 때 y 대신 $y=$ (㉠) 를 대입하면 $-1<-x-1<1$ 이 된다.
부등식을 풀면 $-2<x<0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.
x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y=$ (㉢) 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ $-3x-1$

▷ 정답 : ㉡ -1

▷ 정답 : ㉢ 2

해설

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면
$2(x+2y)+1=-x+3y$
$2x+4y+1=-x+3y$
$4y-3y=-x-2x-1$
$y=-3x-1$

$-1<2x+y<1$ 에 y 대신 $y=-3x-1$ 를 대입하면
$-1<2x+(-3x-1)<1$
$-1<-x-1<1$
$0<-x<2$
$-2<x<0$
정수인 x 는 -1 이 된다.
x 값을 $y=-3x-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이다.

30. 정수기 판매 사원인 A 는 기본급 80 만 원과 한 달 동안 판매한 정수기 금액의 20% 를 월급으로 받는다. 정수기 한 대의 가격이 30 만 원이라 할 때, A 가 다음 달 월급을 200 만 원 이상 받으려면 최소한 몇 대의 정수기를 팔아야 하는가?

① 17대 ② 18대 ③ 19대 ④ 20대 ⑤ 21대

해설

$80\text{만} + x \times 30\text{만} \times \frac{20}{100} \geq 200\text{만}$

$80\text{만} + 6\text{만} \times x \geq 200\text{만}$

$6\text{만} \times x \geq 120\text{만}$

$x \geq \frac{120\text{만}}{6\text{만}}$

$x \geq 20\text{만}$

x의 최솟값 : 20

31. 서로 다른 세 복소수 $a,\ b,\ c$ 가 $a+b+c=0$,$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ 을 만족할 때, $\frac{b}{a}+\frac{\overline{a}}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $\overline{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$a+b+c=0,\ a+b=-c \quad \cdots$ ①

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0,\ ab+bc+ca=0 \quad \cdots$ ②

②에서 $ab=-c(a+b)$ ← ①대입

$\therefore\ ab=c^2$ ← ㉠

마찬가지로

$bc=a^2-$㉡, $ca=b^2-$㉢

㉢ ÷ ㉡ : $\frac{a}{b}=\left(\frac{b}{a}\right)^2,\left(\frac{b}{a}\right)^3=1$

㉡ ÷ ㉠ : $\frac{c}{a}=\left(\frac{a}{c}\right)^2,\left(\frac{a}{c}\right)^3=1$

즉, $\frac{b}{a},\frac{a}{c}$ 는 $t^3=1,(t-1)(t^2+t+1)=0$ 의 근이고 a,b,c 가 서로 다른 수이므로

$\frac{b}{a},\frac{a}{c}$ 는 $t^2+t+1=0$ 의 근이다.

또한 ㉡에서 $bc=a^2$ 이므로 $\frac{b}{a}=\frac{a}{c}$

$\therefore\ \frac{b}{a}$ 와 $\frac{\overline{a}}{c}$ 는 $t^2+t+1=0$ 의 서로 다른 두 근

$\therefore\ \frac{b}{a}+\frac{\overline{a}}{c}=-1$ (두 근의 합)

32. $x,\ y,\ z$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} x - ay + z = 0 \ \cdots ㉠ \\ x - 3by + 2az = 0 \ \cdots ㉡ \\ x + 2by = 0 \ \cdots ㉢ \end{cases}$$

에서 $x,\ y,\ z$ 가 동시에 0 이 아닌 해가 존재하도록 0 이 아닌 양의 정수 $a,\ b$ 의 값을 정하면, 그 때의 $x\ :\ y\ :\ z$ 의 값은?

① $-1\ :\ 1\ :\ 5$ ② $-2\ :\ 1\ :\ 5$ ③ $-3\ :\ 1\ :\ 5$

④ $-4\ :\ 1\ :\ 5$ ⑤ $-5\ :\ 1\ :\ 5$

해설

$$\begin{cases} x - ay + z = 0 \ \cdots ㉠ \\ x - 3by + 2az = 0 \ \cdots ㉡ \\ x + 2by = 0 \ \cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠ $\times 2a -$ ㉡ 하면

$(2a-1)x - (2a^2 - 3b)y = 0 \ \cdots ㉣$

㉢, ㉣에서 x 를 소거하면 $(2a^2 + 4ab - 5b)y = 0$

만일 $2a^2 + 4ab - 5b \neq 0$ 이면 $y = 0$

이것을 ㉢에 대입하면 $x = 0$

또, ㉠에서 $z = 0$ 이것은 $x = y = z = 0$ 이 되어 조건에 부적당하다.

따라서 $2a^2 + 4ab - 5b = 0$

b 에 대해 풀면 $b(4a-5) = -2a^2$, $b = \dfrac{-2a^2}{4a-5}$ 에서 우변이 정수가 되도록 정리하면

$$8b = \frac{-16a^2}{4a-5}$$

$$= \frac{(4a-5)(-4a-5) - 25}{(4a-5)}$$

$$= -4a - 5 - \frac{25}{4a-5}$$

위의 식에서 $|4a-5|$ 는 25 의 약수가 되어야 하므로

$\therefore\ 4a - 5 = \pm 1,\ \pm 5,\ \pm 25$ 0 이 아닌 a 의 양의 정수값은 $a = 1$

$\therefore\ b = 2$

㉠, ㉡에서 $x = -4y,\ z = 5y$

$\therefore\ x\ :\ y\ :\ z = (-4)\ :\ 1\ :\ 5$

33. 연립부등식 $3x+1<6$, $2-x<a+9$ 를 만족하는 x 중, 정수들의 합이 -2 일 때, 정수 a 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$3x+1<6$ 을 풀면 $x<\frac{5}{3}$

$2-x<a+9$ 를 풀면 $x>-a-7$

$\therefore\ -a-7<x<\frac{5}{3}$

이 부등식을 만족하는 정수 x 의 합이 -2 이므로 $x=-2,\ -1,\ 0,\ 1$

따라서 $-3\le -a-7<-2$ 이어야 하므로

$-5<a\le -4$ 이다.

그런데 a 는 정수이므로 $a=-4$ 다.