

1. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$x^3 - 1 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \text{정수해는 } x = 1$$

2. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 치환하면

$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$

$\therefore t = -5$ 또는 $t = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$

따라서 모든 실근의 곱은

$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

3. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

4. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \dots \textcircled{A} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x = y + 1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{를 } \textcircled{A} \text{에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{을 } \textcircled{B} \text{에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

5. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A > B > 0, C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B, C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

6. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0$ ㉠

$-\frac{b}{a} = 2$ ㉡

㉡을 정리하면 $b = -2a$ ㉢

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a)$, $-ax < -10a$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 < 3x + 2 \\ \frac{x - 5}{4} < -\frac{x + 1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(i) $2x + 5 < 3x + 2, x > 3$

(ii) $\frac{x - 5}{4} < -\frac{x + 1}{2}, x < 1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} -x + a > 5 \\ 3 - 2x \leq 1 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 3$

② $a < 3$

③ $a > 6$

④ $a < 6$

⑤ $a \leq 6$

해설

$$\begin{cases} -x + a > 5 \rightarrow a - 5 > x \\ 3 - 2x \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \end{cases}$$

해가 없으려면 $a - 5 \leq 1$

$$\therefore a \leq 6$$

9. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x < -1$

$$-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$$

(ii) $-1 \leq x < 1$

$$x+1 - (x-1) \geq 4$$

$$2 \geq 4 \text{ (성립 안함)}$$

(iii) $x \geq 1$

$$x+1 + x-1 \geq 4$$

$$x \geq 2$$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$$\therefore a+b=0$$

10. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

11. 삼차방정식 $x^3 - 2x^2 + ax + 6 = 0$ 의 세 근 α, β, γ 사이에 $\alpha + \beta = \gamma$ 인 관계가 성립할 때, a 의 값은?

① -6

② -5

③ -2

④ -1

⑤ -3

해설

$$x^3 - 2x^2 + ax + 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 2 \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = a \cdots \cdots \text{㉡}$$

$$\alpha\beta\gamma = -6 \cdots \cdots \text{㉢}$$

문제 조건에서 $\alpha + \beta = \gamma$ 이므로

$$\text{㉠에서 } 2\gamma = 2, \quad \therefore \gamma = 1$$

$$\text{㉢에 } \gamma = 1 \text{ 을 대입하면, } \alpha\beta = -6$$

$$\text{㉡에서 } \alpha\beta + \gamma(\alpha + \beta) = \alpha\beta + \gamma^2 = a$$

$$\gamma = 1, \alpha\beta = -6 \text{ 을 대입하면 } -6 + 1 = a$$

$$\therefore a = -5$$

12. 다음은 삼차방정식 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라고 할 때, $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \dots \textcircled{㉠}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (\text{가}) = (\text{나}) = 0 (\because \textcircled{㉠})$
 따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다. 또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$
 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = (\text{다}) = (\text{라}) = (\text{마}) = 0 (\because \textcircled{㉠})$
 따라서, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

- ① (가) $(-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$ ② (나) $-(\alpha^3 - p\alpha + 1)$
 ③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$ ④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3)$
 ⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0$

해설

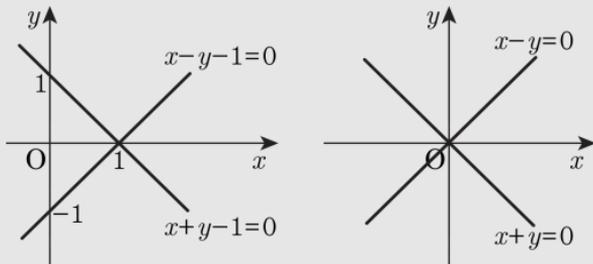
α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \dots \textcircled{㉠}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$
 $= -(\alpha^3 + p\alpha + 1) = 0 (\because \textcircled{㉠})$
 따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다.
 또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$
 $= \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0 = 0 (\because \textcircled{㉠})$
 따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

13. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

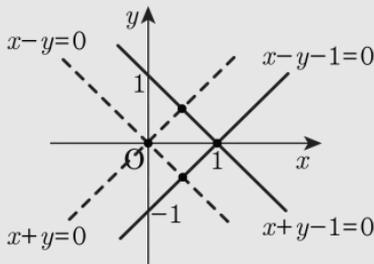
- ① 무한히 많다. ② 0개 ③ 1개
 ④ 2개 ⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.

15. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍

(x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1개

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ (x-y)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

\textcircled{A} 에서 $x^2 - (y-3)^2 = 0$

$$(x+y-3)(x-y+3) = 0$$

$$y = x+3 \text{ 또는 } y = -x+3$$

i) $y = -x+3$ 을 \textcircled{B} 에 대입하면,

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 이 때, } y = 1$$

ii) $y = x+3$ 을 \textcircled{B} 에 대입하면,

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\text{이 때, } y = 2 \pm \sqrt{3}i$$

i), ii)에서 실수해의 순서쌍은 $(2, 1)$ 이다.

따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1개이다.

16. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로
 $(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

17. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$$

$$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$$1 + 2 + k = 0 \text{ 이므로 } k = -3$$

18. $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0 \text{에서 } x^2 + (y - 1)^2 = 0$$

$$x, y \text{는 실수이므로 } x^2 \geq 0, (y - 1)^2 \geq 0$$

$$\text{따라서, } x = 0, y - 1 = 0 \text{이므로 } x = 0, y = 1$$

$$\therefore x + y = 0 + 1 = 1$$

19. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

2 점문항 개수를 x , 3 점문항을 y ,
4 점문항을 z 라 하자

$$2x + 3y + 4z = 80 \quad \text{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \quad \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - 4 \times \text{㉡} \Rightarrow y = 40 - 2x$$

$$\text{㉠} - 3 \times \text{㉡} \Rightarrow z = x - 10$$

$$\therefore x = 10 \text{ 이면 } z = 0$$

← 조건이 성립하지 않음

$$\therefore x \geq 11, \text{ 최소 11 문항}$$

20. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x + 1.2 > 0.5x \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x \end{cases}$ 을 만족하는 모든 정수 x 의

합은?

① 6

② 3

③ 1

④ 0

⑤ -2

해설

i) $0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$3x + 12 > 5x$$

$$x < 6$$

ii) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면

$$8x - 6 < 9x$$

$$x > -6$$

$$\therefore -6 < x < 6$$

만족하는 정수는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고 이들의 합은 0 이다.

21. 분모와 분자의 합이 54 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 5 였다. 이 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{35}$

해설

$$0.5 \leq \frac{54-x}{x} < 0.6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.5x \leq 54-x \\ 54-x < 0.6x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1.5x \leq 54 \\ -1.6x < -54 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 36 \\ x > 33.75 \end{cases}$$

$33.75 < x \leq 36$ 인 정수 : $x = 34, 35, 36$

$x = 34$ 일 때 $\frac{20}{34}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$x = 35$ 일 때 $\frac{19}{35}$

$x = 36$ 일 때 $\frac{18}{36}$ 이므로 기약분수가 아니다.

따라서 기약분수는 $\frac{19}{35}$ 이다.

22. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$

② $\frac{10}{3} < x \leq \frac{16}{3}$

③ $\frac{10}{4} < x \leq \frac{16}{3}$

④ $\frac{10}{3} \leq x \leq 4$

⑤ $3 \leq x \leq \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.

이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.

사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,

$$15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \text{ 이다.}$$

이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \end{cases} \text{ 이고,}$$

$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq \frac{10}{3} \\ x \leq \frac{16}{3} \end{cases} \text{ 이다.}$$

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$ 이다.

23. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

① 30 개

② 31 개

③ 32 개

④ 33 개

⑤ 34 개

해설

$$5(x - 5) + 1 \leq 4x + 9 \leq 5(x - 5) + 5$$

$$5x - 24 \leq 4x + 9 \leq 5x - 20$$

$$x \leq 33, x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

24. 방정식 $x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B = 0$ 의 두 근이 -1 과 -2 일 때, 다른 두 근을 α, β 라 하자. 이 때, $A + B - \alpha\beta$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ 1

⑤ 2

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 - 7x^2 - Ax + 3B$ 라 하면 $-1, -2$ 가 근이므로

$$f(-1) = 1 - A - 7 + A + 3B = 0$$

$$\therefore B = 2$$

$$f(-2) = 16 - 8A - 28 + 2A + 3B = 0, -6A + 3B - 12 = 0 \quad \therefore A = -1$$

$$\therefore A + B = -1 + 2 = 1 \dots \textcircled{\Gamma}$$

$$\therefore (x+1)(x+2)(x^2 - 4x + 3) = 0$$

따라서, 다른 두 근은 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 근이다.

$$\therefore \alpha\beta = 3 \dots \textcircled{\Delta}$$

$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta} \text{에서 } A + B - \alpha\beta = 1 - 3 = -2$$

25. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

보기

㉠ $\omega + \frac{1}{\omega} = -1$

㉡ $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = 1$

㉢ $(\omega + 1)(\bar{\omega} + 1) = 1$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$x^3 = 1,$$

$$x^3 - 1 = 0,$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$w^2 + w + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\bar{w}^2 + \bar{w} + 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

㉠ ① 식을 w 로 나누면 $w + \frac{1}{w} = -1$

㉡ $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근 w, \bar{w}

$$w + \bar{w} = -1, w\bar{w} = 1$$

$$w^2 + \bar{w}^2 = (w + \bar{w})^2 - 2w\bar{w} = 1 - 2 = -1$$

㉢ $(w + 1)(\bar{w} + 1)$

$$= w\bar{w} + w + \bar{w} + 1 = 1 - 1 + 1 = 1$$

∴ ㉠, ㉢ 맞음

26. p 가 실수일 때, 두 이차방정식 $x^2 + px + 3 = 0$, $x^2 + 3x + p = 0$ 이 오직 한 개의 공통근 α 를 갖는다고 한다. 이 때, $\alpha - p$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\alpha^2 + p\alpha + 3 = 0$$

$$\alpha^2 + 3\alpha + p = 0$$

$$\alpha(p - 3) - (p - 3) = (\alpha - 1)(p - 3) = 0$$

$$\alpha = 1 \text{ or } p = 3$$

$p = 3$ 이면 두 다항식이 같아지므로 $\alpha = 1$

$$\therefore 1 + p + 3 = 0 \quad \therefore p = -4$$

$$\therefore \alpha - p = 1 - (-4) = 5$$

27. 방정식 $x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y + 5 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 x 에 대하여 정리하면

$$x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0 \dots\dots \textcircled{7}$$

이 때, x 가 실수이므로

$$\frac{D}{4} = (1-y)^2 - (2y^2 - 6y + 5) \geq 0$$

$$y^2 - 4y + 4 \leq 0, (y-2)^2 \leq 0$$

여기서 y 가 실수이므로 $(y-2)^2 = 0$

$$\therefore y = 2 \dots\dots \textcircled{8}$$

⑧을 ⑦에 대입하면 $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$\therefore x = 1 \quad \therefore \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$$

해설

주어진 식을 정리하면

$$x^2 + 2(1-y)x + 2y^2 - 6y + 5 = 0$$

$$x^2 + 2(1-y)x + (1-y)^2 + y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$\therefore (x+1-y)^2 + (y-2)^2 = 0 \quad x, y \text{ 가 실수이므로 } x+1-y = 0, y-2 = 0$$

$$\therefore x = 1, y = 2$$

$$\therefore \frac{y}{x} = 2$$

28. $A : 5(x + 1) > 2x - 1$, $B : \frac{x - 4}{3} + \frac{3x + 1}{2} > 1$ 에 대하여 A 에서 B 를 제외한 수들의 갯수는? (단, x 는 정수)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A : x > -2$, $B : x > 1$ 이므로

A 에서 B 를 제외한 수는 $-1, 0, 1$

따라서 3개이다.

29. 등식 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1 < 2x+y < 1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y=(㉠)$ 이 된다.

$-1 < 2x+y < 1$ 를 풀 때 y 대신 $y=(㉠)$ 를 대입하면 $-1 < -x-1 < 1$ 이 된다.

부등식을 풀면 $-2 < x < 0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.

x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y=(㉢)$ 가 된다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠ $-3x-1$

▷ 정답: ㉡ -1

▷ 정답: ㉢ 2

해설

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$$2(x+2y)+1=-x+3y$$

$$2x+4y+1=-x+3y$$

$$4y-3y=-x-2x-1$$

$$y=-3x-1$$

$-1 < 2x+y < 1$ 에 y 대신 $y=-3x-1$ 를 대입하면

$$-1 < 2x+(-3x-1) < 1$$

$$-1 < -x-1 < 1$$

$$0 < -x < 2$$

$$-2 < x < 0$$

정수인 x 는 -1 이 된다.

x 값을 $y=-3x-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이다.

30. 정수기 판매 사원인 A 는 기본급 80 만 원과 한 달 동안 판매한 정수기 금액의 20% 를 월급으로 받는다. 정수기 한 대의 가격이 30 만 원이라 할 때, A 가 다음 달 월급을 200 만 원 이상 받으려면 최소한 몇 대의 정수기를 팔아야 하는가?

- ① 17대 ② 18대 ③ 19대 ④ 20대 ⑤ 21대

해설

$$80\text{만} + x \times 30\text{만} \times \frac{20}{100} \geq 200\text{만}$$

$$80\text{만} + 6\text{만} \times x \geq 200\text{만}$$

$$6\text{만} \times x \geq 120\text{만}$$

$$x \geq \frac{120\text{만}}{6\text{만}}$$

$$x \geq 20\text{만}$$

x 의 최솟값: 20

31. 서로 다른 세 복소수 a, b, c 가 $a + b + c = 0, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ 을 만족할 때, $\frac{b}{a} + \frac{\bar{a}}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$a + b + c = 0, a + b = -c \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0, ab + bc + ca = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

②에서 $ab = -c(a + b) \leftarrow \textcircled{1}$ 대입

$$\therefore ab = c^2 \leftarrow \textcircled{3}$$

마찬가지로

$$bc = a^2 - \textcircled{4}, ca = b^2 - \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5} \div \textcircled{4} : \frac{a}{b} = \left(\frac{b}{a}\right)^2, \left(\frac{b}{a}\right)^3 = 1$$

$$\textcircled{4} \div \textcircled{3} : \frac{c}{a} = \left(\frac{a}{c}\right)^2, \left(\frac{a}{c}\right)^3 = 1$$

즉, $\frac{b}{a}, \frac{a}{c}$ 는 $t^3 = 1, (t-1)(t^2 + t + 1) = 0$ 의 근이고 a, b, c 가

서로 다른 수이므로

$\frac{b}{a}, \frac{a}{c}$ 는 $t^2 + t + 1 = 0$ 의 근이다.

또한 $\textcircled{4}$ 에서 $bc = a^2$ 이므로 $\frac{b}{a} = \frac{a}{c}$

$\therefore \frac{b}{a}$ 와 $\frac{\bar{a}}{c}$ 는 $t^2 + t + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근

$\therefore \frac{b}{a} + \frac{\bar{a}}{c} = -1$ (두 근의 합)

32. x, y, z 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} x - ay + z = 0 \cdots \textcircled{A} \\ x - 3by + 2az = 0 \cdots \textcircled{B} \\ x + 2by = 0 \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

에서 x, y, z 가 동시에 0 이 아닌 해가 존재하도록 0 이 아닌 양의 정수 a, b 의 값을 정하면, 그 때의 $x : y : z$ 의 값은?

① $-1 : 1 : 5$

② $-2 : 1 : 5$

③ $-3 : 1 : 5$

④ $-4 : 1 : 5$

⑤ $-5 : 1 : 5$

해설

$$\begin{cases} x - ay + z = 0 \cdots \textcircled{A} \\ x - 3by + 2az = 0 \cdots \textcircled{B} \\ x + 2by = 0 \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

① $\times 2a -$ ② 하면

$$(2a - 1)x - (2a^2 - 3b)y = 0 \cdots \textcircled{D}$$

③, ④에서 x 를 소거하면 $(2a^2 + 4ab - 5b)y = 0$

만일 $2a^2 + 4ab - 5b \neq 0$ 이면 $y = 0$

이것을 ③에 대입하면 $x = 0$

또, ①에서 $z = 0$ 이것은 $x = y = z = 0$ 이 되어 조건에 부적당하다.

따라서 $2a^2 + 4ab - 5b = 0$

b 에 대해 풀면 $b(4a - 5) = -2a^2, b = \frac{-2a^2}{4a - 5}$ 에서 우변이 정수가

되도록 정리하면

$$\begin{aligned} 8b &= \frac{-16a^2}{4a - 5} \\ &= \frac{(4a - 5)(-4a - 5) - 25}{(4a - 5)} \\ &= -4a - 5 - \frac{25}{4a - 5} \end{aligned}$$

위의 식에서 $|4a - 5|$ 는 25 의 약수가 되어야 하므로

$\therefore 4a - 5 = \pm 1, \pm 5, \pm 25$ 0 이 아닌 a 의 양의 정수값은 $a = 1$

$\therefore b = 2$

①, ②에서 $x = -4y, z = 5y$

$\therefore x : y : z = (-4) : 1 : 5$

33. 연립부등식 $3x+1 < 6$, $2-x < a+9$ 를 만족하는 x 중, 정수들의 합이 -2 일 때, 정수 a 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$3x + 1 < 6 \text{ 을 풀면 } x < \frac{5}{3}$$

$$2 - x < a + 9 \text{ 를 풀면 } x > -a - 7$$

$$\therefore -a - 7 < x < \frac{5}{3}$$

이 부등식을 만족하는 정수 x 의 합이 -2 이므로 $x = -2, -1, 0, 1$ 따라서 $-3 \leq -a - 7 < -2$ 이어야 하므로 $-5 < a \leq -4$ 이다.

그런데 a 는 정수이므로 $a = -4$ 다.