

1. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x = 1 - \sqrt{3}i$

그러므로 $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = -3$

즉, $4x^2 - 4x + 4 = 0$

따라서, $x^2 - x + 1 = 0$

2. 복소수 $(1 - xi)(1 - i)$ 가 순허수가 되도록 실수 x 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$(1 - xi)(1 - i) = (1 - x) + (-1 - x)i$
순허수이려면 실수부가 $0 \Rightarrow 1 - x = 0$,
 $x = 1$

3. $z \cdot \bar{z} = 1$ 을 만족하는 복소수 z_1, z_2 에 대하여 $z_1 + z_2 = 2$ 일 때, $z_1 \cdot z_2$ 의 값은? (단, $\bar{z}_1, \bar{z}_2$ 는 각각 z_1, z_2 의 켄레복소수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$
(a, b, c, d 는 실수)로 놓으면
 $\bar{z}_1 = a - bi, \bar{z}_2 = c - di$ 이므로
 $z_1 \cdot \bar{z}_1 = 1$ 에서
 $a^2 + b^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$
 $z_2 \cdot \bar{z}_2 = 1$ 에서
 $c^2 + d^2 = 1 \cdots \textcircled{㉡}$
 $z_1 + z_2 = 2$ 에서 $a + c + (b + d)i = 2$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a + c = 2, b + d = 0$
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면
 $a^2 - c^2 + b^2 - d^2 = 0$
 $(a + c)(a - c) + (b + d)(b - d) = 0$
그런데 $b + d$ 는 0이므로 $(a + c)(a - c) = 0$
 $\therefore a = -c$ 또는 $a = c$
그런데 $a + c = 2$ 이므로 $a = c = 1$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 $a = c, c = 1$ 을 각각 대입하면 $d = b = 0$
따라서 $z_1 = 1, z_2 = 1$ 이므로
 $z_1 \cdot z_2 = 1$

4. 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $(\sqrt{2}+i)^4 + a(\sqrt{2}+i)^3 + b(\sqrt{2}+i)^2 + c(\sqrt{2}+i) + d = 0$ 을 만족한다. 이 때, $a-b-c-d$ 의 값은? (단, $i^2 = -1$)

① -7

② 3

③ 1

④ -1

해설

$(\sqrt{2}+i)^4 = -7 + 4\sqrt{2}i$, $(\sqrt{2}+i)^3 = -\sqrt{2} + 5i$,
 $(\sqrt{2}+i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i$
 $(-7 + 4\sqrt{2}i) + a(-\sqrt{2} + 5i)$
 $+ b(1 + 2\sqrt{2}i) + c(\sqrt{2} + i) + d = 0$
 $(-7 - \sqrt{2}a + b + \sqrt{2}c + d)$
 $+ (4\sqrt{2} + 5a + 2\sqrt{2}b + c)i = 0$
 $\therefore (-7 + b + d) + (c - a)\sqrt{2} = 0$,
 $(5a + c) + (4 + 2b)\sqrt{2} = 0$
 a, b, c, d 는 유리수이므로 $-7 + b + d = 0$:
 $c - a = 0$, $5a + c = 0$, $4 + 2b = 0$
 $\therefore a = 0$, $b = -2$, $c = 0$, $d = 9$
 $\therefore a - b - c - d = -7$

5. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{98}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = -i, \frac{1+i}{1-i} = i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$$

$$= f(-i) + f(i)$$

$$= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{98}$$

$$= i^{98} + (-i)^{98}$$

$$= i^2 + i^2$$

$$= -2$$