

1. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^2 - x + 1$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 } 2 \text{ 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$

2. 복소수 $(1 - xi)(1 - i)$ 가 순허수가 되도록 실수 x 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$(1 - xi)(1 - i) = (1 - x) + (-1 - x)i$$

순허수이려면 실수부가 $0 \Rightarrow 1 - x = 0,$

$$x = 1$$

3. $z \cdot \bar{z} = 1$ 을 만족하는 복소수 z_1, z_2 에 대하여 $z_1 + z_2 = 2$ 일 때, $z_1 \cdot z_2$ 의 값은? (단, \bar{z}_1, \bar{z}_2 는 각각 z_1, z_2 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$z_1 = a + bi, z_2 = c + di$$

(a, b, c, d 는 실수)로 놓으면

$$\bar{z}_1 = a - bi, \bar{z}_2 = c - di \text{ 이므로}$$

$$z_1 \cdot \bar{z}_1 = 1 \text{ 에서}$$

$$a^2 + b^2 = 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$z_2 \cdot \bar{z}_2 = 1 \text{ 에서}$$

$$c^2 + d^2 = 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$z_1 + z_2 = 2 \text{ 에서 } a + c + (b + d)i = 2$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a + c = 2, b + d = 0$$

① - ②을 하면

$$a^2 - c^2 + b^2 - d^2 = 0$$

$$(a + c)(a - c) + (b + d)(b - d) = 0$$

$$\text{그런데 } b + d \text{ 는 } 0 \text{ 이므로 } (a + c)(a - c) = 0$$

$$\therefore a = -c \text{ 또는 } a = c$$

$$\text{그런데 } a + c = 2 \text{ 이므로 } a = c = 1$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에 } a = c, c = 1 \text{ 을 각각 대입하면 } d = b = 0$$

따라서 $z_1 = 1, z_2 = 1$ 이므로

$$z_1 \cdot z_2 = 1$$

4. 유리수 a, b, c, d 에 대하여 $(\sqrt{2} + i)^4 + a(\sqrt{2} + i)^3 + b(\sqrt{2} + i)^2 + c(\sqrt{2} + i) + d = 0$ 을 만족한다. 이 때, $a - b - c - d$ 의 값은? (단, $i^2 = -1$)

① -7

② 3

③ 1

④ -1

해설

$$(\sqrt{2} + i)^4 = -7 + 4\sqrt{2}i, (\sqrt{2} + i)^3 = -\sqrt{2} + 5i,$$

$$(\sqrt{2} + i)^2 = 1 + 2\sqrt{2}i$$

$$(-7 + 4\sqrt{2}i) + a(-\sqrt{2} + 5i)$$

$$+ b(1 + 2\sqrt{2}i) + c(\sqrt{2} + i) + d = 0$$

$$(-7 - \sqrt{2}a + b + \sqrt{2}c + d)$$

$$+ (4\sqrt{2} + 5a + 2\sqrt{2}b + c)i = 0$$

$$\therefore (-7 + b + d) + (c - a)\sqrt{2} = 0,$$

$$(5a + c) + (4 + 2b)\sqrt{2} = 0$$

a, b, c, d 는 유리수이므로 $-7 + b + d = 0$:

$$c - a = 0, 5a + c = 0, 4 + 2b = 0$$

$$\therefore a = 0, b = -2, c = 0, d = 9$$

$$\therefore a - b - c - d = -7$$

5. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{98}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = -i, \frac{1+i}{1-i} = i \text{ 이므로}$$

$$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$$

$$= f(-i) + f(i)$$

$$= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{98}$$

$$= i^{98} + (-i)^{98}$$

$$= i^2 + i^2$$

$$= -2$$