1. $3(4x+5\pi)=P$일 때, $6(8x+10\pi)$는?

① $2P$ ② $4P$ ③ $6P$ ④ $8P$ ⑤ $18P$

해설

$6(8x+10\pi)=6\cdot 2(4x+5\pi)=4\cdot 3(4x+5\pi)=4P$

2. 다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2+x+1,\ 1$

② $x^2+x+1,\ 2$

③ $2x^2+2x+2,\ 1$

④ $2x^2+2x+2,\ 2$

⑤ $4x^2+4x+4,\ 4$

해설

다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R이라고 하면

$$\begin{aligned}2x^3+x^2+x+1 &= (2x-1)Q(x)+R \\ &= \left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot 2Q(x)+R\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{array}{c|cccc} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & \boxed{2} \end{array}$$

$2Q(x)=2x^2+2x+2$

$\therefore\ Q(x)=x^2+x+1,\ R=2$

3. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

4. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x)=2x-1$

$\therefore$ 상수항은 -1

5. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$

② $a=-12,\ b=9$

③ $a=12,\ b=-9$

④ $a=-12,\ b=-9$

⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$

$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$

좌변과 계수를 비교하면

$2p=4,\ p^2+2q=-2$

$p=2,\ q=-3$에서

$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

6. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}$$

$$=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$

$$=a+1=2000$$

7. 두 다항식 $3x^4-2x^3-9x^2+4$, $3x^3-3x^2-6x$의 최대공약수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)$　　② $(x+1)(x+2)$　　③ $(x+1)(x-2)$

④ $(x-1)(x-2)$　　⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$3x^4-2x^3-9x^2+4$

$=(x+1)(x-2)(x+1)(3x-2)$

$3x^3-3x^2-6x=3x(x-2)(x+1)$

$\therefore$ 최대공약수 : $(x-2)(x+1)$

8. 두 다항식 x^3+1, x^3+2x^2-5x-6의 최대공약수를 구하면?

① x　② $x+1$　③ $x+2$　④ $x-1$　⑤ $x-2$

해설

$x^3+1=(x+1)(x^2-x+1)$

$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$

따라서 최대공약수는 $x+1$

9. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4+1)(x^2-1)}{(x^4+1)(x+1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

10. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 최소공배수가 x^3+x^2-2x일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-2$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2+x-1$

④ $2x^2+x+2$ ⑤ $2x^2+x-2$

해설

최소공배수 : $x^3+x^2-2x=x(x-1)(x+2)$

최대공약수 : $(x-1)$

따라서 두 다항식은 $x^2-x,\quad x^2+x-2$

$\therefore\ 2x^2-2$

11. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2-8$이고, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6이다. 두 다항식의 상수항을 a, b라 할 때, ab의 값은?

① -8 ② -3 ③ 0 ④ 6 ⑤ 12

해설

두 다항식의 합에도 최대공약수가 들어 있으므로

$2x^2-8=2(x-2)(x+2)$

$x^3-2x^2-5x+6=(x-1)(x-3)(x+2)$

따라서 두 다항식의 최소공배수는 $x+2$이고 두 다항식의 차수가 같으므로 두 다항식은 이차식이다.

$(x+2)(x-1)=x^2+x-2$

$(x+2)(x-3)=x^2-x-6$

$\therefore\ ab=(-2)\times(-6)=12$

12. 두 다항식 A, B의 최대공약수를 $A\bigstar B$, 최소공배수를 $A\triangle B$라고 하자. 서로소인 두 다항 A, B식에 대하여 $\dfrac{A\triangle B}{AB\bigstar B^2}$를 간단히 한 것은?

① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설

다항식 A, B가 서로소이므로 $AB\bigstar B^2 = B$, $A\triangle B = A\times B$

$\therefore \dfrac{A\triangle B}{AB\bigstar B^2} = \dfrac{A\times B}{B} = A$

13. $\sqrt{21\cdot 22\cdot 23\cdot 24+1}$은 자연수이다. 이 때, 각 자리의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x=21$이라 하면

$\sqrt{21\cdot 22\cdot 23\cdot 24+1}$

$=\sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}$

$=\sqrt{\{x(x+3)\}(x+1)(x+2)+1}$

$=\sqrt{(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1}$

$=\sqrt{(x^2+3x)^2+2(x^2+3x)+1}$

$=\sqrt{\{(x^2+3x)+1\}^2}$

$=x^2+3x+1\ (\because\ (x^2+3x)+1>0)$

$=21^2+3\cdot 21+1=505$

각자리 숫자의 합은 $5+0+5=10$

14. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형

④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$

$=b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서

$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}=b^2+2bc+c^2-a^2$

$a^2-b^2+2bc-c^2=-a^2+b^2+c^2+2bc$

$2a^2=2b^2+2c^2$

$\therefore\ a^2=b^2+c^2$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

15. $a(a+1)=1$ 일 때, $\dfrac{a^6-1}{a^4-a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{a^6-1}{a^4-a^2}=\frac{(a^3+1)(a^3-1)}{a^2(a^2-1)}$$

$$=\frac{(a+1)(a^2-a+1)(a-1)(a^2+a+1)}{a^2(a+1)(a-1)}$$

$$=\frac{(a^2-a+1)(a^2+a+1)}{a^2} \leftarrow a^2=1-a\text{대입}$$

$$=\frac{2(1-a)\times 2}{1-a}=4$$