1. $7^1+7^2+7^3+\cdots+7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

7^1 의 일의 자릿수$=7$,
7^2 의 일의 자릿수$=9$,
7^3 의 일의 자릿수$=3$,
7^4 의 일의 자릿수$=1$ 이므로,
4 번 거듭제곱을 한 수의 일의 자릿수를 모두 더하면 0 이 되는 것을 알 수 있다.
$7^1+7^2+7^3+\cdots+7^{1023}$ 의 일의 자릿수$=9$
$\therefore 7^1+7^2+7^3+\cdot+7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지$=9$

2. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 15 , 나머지가 2 이었다. 이때, x를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = y \times 15 + 2 = 5 \times y \times 3 + 2$ 이다.
따라서 나머지는 2 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 13 은 소수이다.

② 52 는 합성수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.

⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
⑤ 5 보다 작은 소수는 2, 3 으로 2 개이다.

4. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

1 의 약수 : 1

39 의 약수 : 1, 3, 13, 39

49 의 약수 : 1, 7, 49

51 의 약수 : 1, 3, 17, 51

따라서 소수는 19, 29, 59, 89 의 4 개이다.

5. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 6

해설

$$
\begin{array}{r|r}
2 & 360 \\ \hline
2 & 180 \\ \hline
2 & 90 \\ \hline
3 & 45 \\ \hline
3 & 15 \\ \hline
 & 5
\end{array}
$$

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

$\therefore \ 3 + 2 + 1 = 6$

6. 350 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$

$\therefore\ 1 + 2 + 1 = 4$

7. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a+b+m+n$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$196 = 2^2 \times 7^2$

따라서 $a=2,\ b=7, m=2, m=2$

$a+b+m+n=13$

8. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2,\ b = 3,\ c = 5,\ x = 4,\ y = 3,\ z = 1$ 이다.

$\therefore\ a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

9. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$

$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$

$a = 15,\ b = 60$

$\therefore b - a = 45$

10. 12 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

$12 \times a = b^2$ 에서

$12 = 2^2 \times 3$

$a = 3$

$2^2 \times 3 \times 3 = b^2$

$2^2 \times 3^2 = b^2$

$b = 2 \times 3 = 6$

11. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.

따라서 n의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

12. 다음 중 81 의 약수는?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 9

해설

81 의 약수는 1, 3, 9, 27, 81 이다.

13. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24 ② 38 ③ 56 ④ 60 ⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는
$3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,
곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는
$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

14. $\dfrac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,

$\dfrac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

15. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$ 이고, 두 번째 작은 자연수는
$5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

16. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

해설

$40 = 2^3 \times 5$

$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2$ 에서

$n = 2 \times 5 \times k^2$ 꼴이므로

n 을 작은 순으로 4 개 써 보면

$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$

$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$

$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$

$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$

$\therefore$ 10, 40, 90, 160

17. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 n 은 2×5 이다.
따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는
$2 \times 5 = 10$
$2 \times 5 \times 2^2 = 40$
$2 \times 5 \times 3^2 = 90$
$\therefore 10,\ 40,\ 90$

18. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2$ 이므로

따라서 n 은

$n = 2 \times 1^2 = 2$

$n = 2 \times 2^2 = 8$

$n = 2 \times 3^2 = 18$

$n = 2 \times 4^2 = 32$

그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

19. $2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수가 16 개가 되기 위한 가장 작은 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2^3 \times x \times 5$ 의 약수의 개수는
$(3+1) \times (x$의 지수$+1) \times (1+1) = 16$ 으로 계산된다. $(x$의 지수$)+1 = 2$ 가 되어야 한다.
그러므로 3 이다.

20. $A = 3^5 \times \boxed{}$ 의 약수가 18 개일 때, □ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \boxed{}$에서

약수의 개수가 18 개이면 $\boxed{}$가 가장 작은 소인수 2 일 때

$\boxed{} = 2^2 = 4$

21. $20\times\boxed{}$의 약수의 개수가 18개일 때, $\boxed{}$안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4 ② 8 ③ 9 ④ 25 ⑤ 49

해설

(i) $\boxed{} = 2^a$ 일 때 $18 = (8+1)\times(1+1)$ 이므로

$\boxed{} = 2^6 = 64$

(ii) $\boxed{} \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2+1)\times(a+1)\times(1+1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

22. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개 인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 <u>않은</u> 것은?

① 2　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서
$(4+1)\times(\boxed{}+1) = 5\times2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1 인 수 또는 3^5 이다.
그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

23. $3^2 \times 5^3$ 으로 소인수분해되는 자연수의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____개

▷ 정답 : 12 개

해설

$3^2 \times 5^3$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (3+1) = 12$ (개) 이다.

24. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$

약수의 개수 : $(2+1) \times (3+1) = 12$