

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 음수의 제곱근은 음수이다.

② 양수의 제곱근은 양수이다.

③ 양수 a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $\sqrt{a}$ 는 a 의 양의 제곱근이다. (a 는 양수)

⑤ 0 을 제외한 모든 양수의 제곱근은 2 개씩 있다.

해설

① 음수의 제곱근은 없다.

② 양수의 제곱근은 양의 제곱근과 음의 제곱근이 있다.

③ 양수 a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 0 을 제외한 모든 양수의 제곱근은 2 개씩 있다.

2. $\sqrt{\frac{48}{7}x}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 정수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 21$

해설

$$\frac{48}{7}x = \frac{2^4 \times 3 \times x}{7} \text{ 이므로 } x = 3 \times 7 = 21 \text{ 이다.}$$

3. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $6 - 2\sqrt{7}$

③ 6

④ $\sqrt{6}$

⑤ $3 + \sqrt{7}$

해설

$\sqrt{7} < 3 = \sqrt{9}$ 이므로

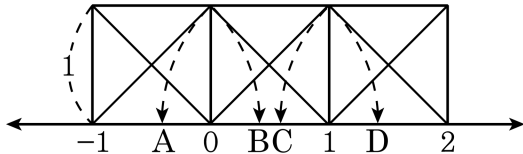
$$\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$$

$$= |\sqrt{7}-3| - |3-\sqrt{7}|$$

$$= -(\sqrt{7}-3) - (3-\sqrt{7})$$

$$= -\sqrt{7} + 3 - 3 + \sqrt{7} = 0$$

4. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 + \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ 알 수 없다.

해설

B : $-1 + \sqrt{2}$

5. $\sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} = a\sqrt{7}$ 일 때, a 의 값은?

① 15

② 20

③ 25

④ 30

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \times \sqrt{15} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3} \times \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{5 \times 7} \\ &= 30\sqrt{7} \end{aligned}$$

6. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{5} = y$ 라고 할 때, $\sqrt{10}$ 을 x , y 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10} = xy$

해설

$$\sqrt{10} = \sqrt{2} \times \sqrt{5} = xy$$

7. 가로와 세로의 길이가 4cm, 8cm 인 직사각형과 같은 넓이를 갖는 정사각형을 그리려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm

해설

$$(\text{직사각형의 넓이}) = 4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$$

정사각형의 한 변의 길이가 x 일 때, $x^2 = 32$

$$\therefore x = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

8. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48}$$

① $-\sqrt{3}$

② $\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3}$

⑤ $7\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12} + \sqrt{3} - \sqrt{48} &= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

9. $\sqrt{48} - 2\sqrt{3} - \frac{3}{\sqrt{27}}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

② $-\frac{3}{4}\sqrt{3}$

③ $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

④ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

⑤ $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

해설

$$4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - \frac{3}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{3}\sqrt{3}$$

10. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{241} = 15.52$

② $\sqrt{0.241} = 0.4909$

③ $\sqrt{2410} = 49.09$

④ $\sqrt{24100} = 155.2$

⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } \sqrt{0.0241} &= \sqrt{2.41 \times 0.01} \\ &= 0.1 \sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552 \\ &= 0.1552\end{aligned}$$

11. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

12. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구한 것은?

$$3 < \sqrt{2x} < 5, \sqrt{50} < x < \sqrt{110}$$

① 7, 8

② 7, 8, 9

③ 8, 9

④ 8, 9, 10

⑤ 9, 10

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{2x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는

$x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$ 이다.

$\sqrt{50} < \sqrt{x^2} < \sqrt{110}$ 을 만족하는

$x = 8, 9, 10$ 이다.

13. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

㉠ $-\sqrt{1}$

㉡ 3.14

㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$

㉤ $-\sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{0.16}$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1} = -1$, 3.14 , $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.

따라서 ㉤이 무리수이다.

14. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면?

① 무한소수는 모두 무리수이다.

② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.

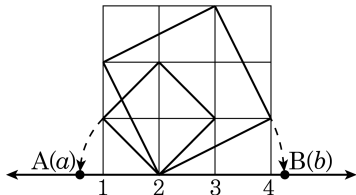
⑤ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

① 반례로 $0.\dot{1}\dot{1} = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

15. 다음 그림을 보고 옳은 것을 고르면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



보기

- ㉠ A 의 좌표는 $A(-\sqrt{2})$ 이다.
- ㉡ B 의 좌표는 $B(2 + \sqrt{5})$ 이다.
- ㉢ a 는 수직선 A 를 제외한 수직선 위의 다른 점에 한 번 더 대응한다.
- ㉣ a , b 사이에는 무수히 많은 실수가 존재한다.
- ㉤ a 와 b 는 유리수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ A 의 좌표는 $A(2 - \sqrt{2})$ 이다.

㉢ 모든 실수와 수직선 위의 점은 일대일로 대응하므로 a 는 수직선 A 에만 대응한다.

㉤ a 와 b 는 무리수이다.

16. 다음에 주어진 수를 크기가 큰 것부터 차례로 나열할 때, 두 번째에 해당하는 것은?

① $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

i) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - 1 > 0$

$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1$

ii) $\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2} > 0 \quad \therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$

iii) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$

$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$

iv) $\sqrt{2} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$

따라서 주어진 수의 순서는

$$\sqrt{5} + \sqrt{3} > \sqrt{5} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + \sqrt{2} > \sqrt{3} + 1 > \sqrt{2}$$

17. $y = a\sqrt{x}$ 가 $x = 4$ 일 때, $y = 8$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$$8 = a\sqrt{4}$$

$$8 = a \times 2$$

$$\therefore a = 4$$

18. $a\sqrt{3} = \sqrt{243}$, $b\sqrt{3} = \sqrt{0.0048}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = \frac{9}{25}$

해설

$$\sqrt{243} = 9\sqrt{3}, a = 9$$

$$\sqrt{0.0048} = \sqrt{\frac{2^4 \times 3}{10000}} = \frac{4\sqrt{3}}{100}$$

$$b = \frac{4}{100}$$

$$\therefore ab = 9 \times \frac{4}{100} = \frac{9}{25}$$

19. $\sqrt{\frac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$$

$$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 1$$

20. $\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{18}}{6} = a\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{18}}{6} \\ &= \sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{6}{3\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ & \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

21. 등식 $7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$ 를 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 22$

▷ 정답 : $y = 61$

해설

$$7 + 5\sqrt{3} + 5x - 2y = 3\sqrt{3}x - \sqrt{3}y - 5$$
$$(7 + 5x - 2y + 5) + (5 - 3x + y)\sqrt{3} = 0$$

$$5x - 2y = -12 \Leftrightarrow y = \frac{5}{2}x + 6$$

$$\therefore -3x + y = -3x + \frac{5}{2}x + 6$$

$$= -\frac{1}{2}x + 6$$

$$= -5$$

$$-\frac{1}{2}x = -11$$

$$\therefore x = 22, y = 61$$

22. $a = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ 일 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

$$a = 3 + 2\sqrt{2}, \frac{1}{a} = \frac{1 \times (3 - 2\sqrt{2})}{9 - 8} \text{ 이므로}$$

$$a - \frac{1}{a} = 3 + 2\sqrt{2} - (3 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$$

23. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$

⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, b = \sqrt{2} - 1$$

$$2a^2 + 5b = 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2 + 5\sqrt{2} - 5$$

$$= -3 + 5\sqrt{2}$$

24. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

25. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$

② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$

③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$

④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$

⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

① $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$$

② $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$$

③ $b < a$ 이므로

$$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$$

⑤ $b < 2$ 이므로

$$\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$$

26. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$$\therefore x = 13$$

27. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6$, $b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $b - a > 0$

㉡ $a - b < 0$

㉢ $ab < 0$

㉤ $a + 3 < 0$

㉦ $b - \sqrt{7} < 2$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦

해설

$$b - a = \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6)$$

$$\text{㉠} \quad = \sqrt{3} + 6$$

$$= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0$$

$$\therefore b - a > 0$$

$$a - b = \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7})$$

$$\text{㉡} \quad = -6 - \sqrt{3}$$

$$= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\text{㉢} \quad a = \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0$$

$$b = \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore ab < 0$$

$$\text{㉤} \quad a + 3 = (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$$

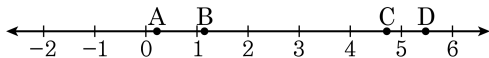
$$\therefore a + 3 < 0$$

$$\text{㉦} \quad (\text{좌변}) = b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3}$$

$$(\text{우변}) = 2 = \sqrt{4}$$

$$\therefore b - \sqrt{7} < 2$$

28. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2$, $3\sqrt{2}-4$, $4-2\sqrt{2}$, $3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



① $a + b = \sqrt{2}$

② $c + d = 3\sqrt{3} + 5$

③ $3(a + b) > c + d$

④ $b - a > 0$

⑤ $c - d < 0$

해설

$$\sqrt{12} + 2 = 5. \times \times \times \leftarrow d$$

$$3\sqrt{2} - 4 = 0. \times \times \times \leftarrow a$$

$$4 - 2\sqrt{2} = 1. \times \times \times \leftarrow b$$

$$3 + \sqrt{3} = 4. \times \times \times \leftarrow c$$

$$\textcircled{3} \quad a + b = \sqrt{2} \rightarrow 3(a + b) = 3\sqrt{2}$$

$$c + d = 3\sqrt{3} + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore 3(a + b) - (c + d) &= 3\sqrt{2} - (3\sqrt{3} + 5) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{27} - 5 < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 3(a + b) < c + d$$

29. $a = (\sqrt{2} + \sqrt{3})$, $b = (\sqrt{2} - \sqrt{3})$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{3}$

② $4\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{6}$

⑤ 10

해설

$$a^2 - b^2$$

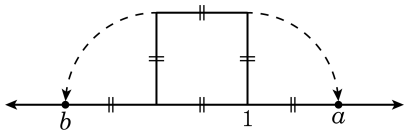
$$= (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$$

$$= (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$= (2 + \sqrt{6} + \sqrt{6} + 3) - (2 - \sqrt{6} - \sqrt{6} + 3)$$

$$= 4\sqrt{6}$$

30. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



① $\sqrt{2} - 2$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $2 - \sqrt{2}$

⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

31. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$|a| < |b| \cdots (1)$$

$$a > 0, b < 0 \cdots (2)$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } \textcircled{5} \ a + b < 0$$

32. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3}\sqrt{3^4}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

33. 정수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(2n-2)(2n+2)+4}$ 이라고 할 때, $f(-5) + f(-4) + \cdots + f(4) + f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$f(-5) = \sqrt{(-12) \times (-8) + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-4) = \sqrt{(-10) \times (-6) + 4} = 8 = 2 \times 4$$

$$\vdots$$

$$f(0) = \sqrt{(-4) + 4} = 0 = 2 \times 0$$

$$\vdots$$

$$f(5) = \sqrt{8 \times 12 + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-5) + f(-4) + \cdots + f(0) + \cdots + f(5)$$

$$= 2(5 + 4 + \cdots + 0 + 1 + \cdots + 5)$$

$$= 2 \times 30 = 60$$