

1. 연립부등식 $\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x \\ x - a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x - a > -3 & \rightarrow x > a - 3 \end{cases}$$

$$a - 3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$

2. $2x + y = 3$ 일 때, $x^2 + xy + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{11}{4}$

② 3

③ $\frac{13}{4}$

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{15}{4}$

해설

$2x + y = 3$ 에서 $y = -2x + 3$ 이다.

$$\begin{aligned}x^2 + xy + 1 &= x^2 + x(-2x + 3) + 1 \\&= -x^2 + 3x + 1 \\&= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{13}{4}$ 이다.

3. 연립이차방정식 $\begin{cases} 3x^2 + y = 6 \\ 9x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$ 를 만족시키는 x 값을 모두 더하면?

- ① 0 ② 15 ③ 10 ④ -10 ⑤ -15

해설

$9x^2 - y^2 = 0$ 에 $3x^2 + y = 6$ 대입.

$$9x^2 - (3x^2 - 6)^2 = -9x^4 + 45x^2 - 36 = 0$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$$

$$x = \pm 1, \pm 2$$

$$x \text{의 합} : +1 - 1 + 2 - 2 = 0$$

4. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$ 을 간단히 하면?

① $4^8 + 3^8$

② $4^{15} - 3^{15}$

③ $4^{15} + 3^{15}$

④ $4^{16} - 3^{16}$

⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^8-3^8)(4^8+3^8) \\ &= 4^{16} - 3^{16} \end{aligned}$$

5. 두 다항식 $f(x) = x^3 + x^2 + ax - 3$, $g(x) = x^3 - x^2 + bx + 3$ 의 최대공약수 $G(x)$ 가 x 의 이차식일 때, ab 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$f(x) = x^3 + x^2 + ax - 3$$

$$g(x) = x^3 - x^2 + bx + 3$$

$$f(x) - g(x) = 2x^2 + (a - b)x - 6$$

$$f(x) + g(x) = 2x^3 + (a + b)x$$

$$= x\{2x^2 + (a + b)\}$$

$G(x)$ 는 $f(x) - g(x)$, $f(x) + g(x)$ 의 공약수이다.

$$\therefore 2x^2 + (a - b)x - 6 = 2x^2 + (a + b)$$

$$a - b = 0, a + b = -6$$

$$\therefore a = -3, b = -3, ab = 9$$