1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 = 0.\dot{9}$

② $1 = 0.\dot{9}0$

③ $0.9 = 0.8\dot{9}$

④ $1.9 = 1.8\dot{9}$

⑤ $0.1 = 0.0\dot{9}$

해설

② $1 = 0.\dot{9}$

2. 다음 안에 알맞은 수는?

$$x^{\square} \times x^2 \div x^3 = x$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^{\square} \times x^2 \div x^3 = x^{\square+2-3} = x^1$$

$$\square + 2 - 3 = 1$$

$$\therefore \square = 2$$

3. $-2x^4y^3 \div x^2y \times (-2xy)^2 = Ax^By^C$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} -2x^4y^3 \div x^2y \times (-2xy)^2 &= -2x^4y^3 \times \frac{1}{x^2y} \times 4x^2y^2 \\ &= -8x^4y^4 \\ &= Ax^By^C \end{aligned}$$

$A = -8, B = 4, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 0$

4. $x < -1$ 일 때, x 와 $\frac{1}{x}$ 의 대소를 비교하려 한다. 안에 알맞은 부등호를 차례로 써 넣으면?

보기

$$x < -1 \text{ 일 때 } x^2 \square 1 \text{ 에서 } x \square \frac{1}{x}$$

- ① $>$, $<$ ② $>$, $>$ ③ $<$, $>$ ④ $\geq$, $<$ ⑤ $<$, $\geq$

해설

$x < -1$ 인 범위 내에서 하나의 수를 예로 들어 생각한다.

$x = -2$ 라고 하면

$$(-2)^2 > 1, -2 < -\frac{1}{2}$$

5. 다음은 부등식 $-2(x+2) \leq 3(x-2)$ 를 풀고, 해를 수직선 위에 나타내는 과정이다. 처음으로 틀린 곳의 기호를 써라.

$$-2(x+2) \leq 3(x-2) \text{ 에서}$$

$$-2x + 4 \leq 3x + 6 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$-2x - 3x \leq 6 + 4 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$-5x \leq 10 \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\therefore x \leq -2 \cdots \textcircled{\text{㉣}}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$$-2(x+2) \leq 3(x-2)$$

$$-2x - 4 \leq 3x - 6$$

$$-2x - 3x \leq -6 + 4$$

$$-5x \leq -2$$

$$x \geq \frac{2}{5}$$

맨 처음으로 틀린 곳은 ㉠이다.

6. A 도서 대여점에서 책을 빌리는데 4 권까지는 4000 원을 받지만, 추가로 더 빌릴 때에는 한 권당 600 원을 받는다고 한다. 추가로 몇 권 이상을 더 빌려야 전체적으로 빌리는 값이 권당 700 원 이하가 되는가?

① 10권

② 11권

③ 12권

④ 13권

⑤ 14권

해설

추가로 더 빌리는 책의 수를 x 권으로 놓는다.

$$4000 + 600x \leq 700(x + 4)$$

$$40 + 6x \leq 7x + 28$$

$$\therefore x \geq 12$$

7. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

∴ 8개

8. $\frac{a}{48}$ 를 소수로 나타내면 1보다 작은 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이라고 할 때, 이것을 만족하는 b 의 값을 모두 합하면?(단, a, b 는 자연수)

① 20

② 24

③ 28

④ 48

⑤ 63

해설

$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$ 이므로 유한소수가 되려면 a 는 3의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이라고 하였으므로,

a 는 $9 \times (2$ 의 거듭제곱), b 는 3보다 큰 2의 배수가 되어야 한다.

$a = 9, b = 16$ 또는 $a = 9 \times 2, b = 8$ 또는 $a = 9 \times 4, b = 4$

$\therefore 16 + 8 + 4 = 28$

9. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

- ① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$ ② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$
 ③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$ ④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$
 ⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} \\ &= \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{10x^2 - 9x + 1}{4} \end{aligned}$$

10. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

11. $m - 1 < 1$ 일 때, 일차부등식 $5mx - 2m \leq 10x - 4$ 의 해는?

- ① $x \leq \frac{1}{5}$ ② $x \leq \frac{2}{5}$ ③ $x \geq \frac{2}{5}$ ④ $x \geq \frac{3}{5}$ ⑤ $x \geq \frac{4}{5}$

해설

$$m - 1 < 1 \text{ 에서 } m - 2 < 0$$

$$5mx - 2m \leq 10x - 4$$

$$5(m - 2)x \leq 2(m - 2)$$

$$\therefore x \geq \frac{2}{5} \quad (\because m - 2 < 0)$$

12. 일차부등식 $\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 를 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 $\frac{y}{2x}$ 라고 하면 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.(단, x, y 는 5보다 작은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 의 양변에 6을 곱하여 정리하면

$$4x - 2 + 12a \geq 3x + 5 + 15x - 12$$

$$4x - 3x - 15x \geq 2 + 5 - 12 - 12a$$

$$-14x \geq -5 - 12a$$

$$\therefore x \leq \frac{5 + 12a}{14}$$

부등식을 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\frac{5 + 12a}{14} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } 14 = 10 + 24a, 24a = 4, a = \frac{1}{6}$$

$$\frac{y}{2x} = \frac{1}{6} \text{ 고, 5보다 작은 자연수이므로 } x = 3, y = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$

13. 다람쥐가 18m 높이의 나무를 오르려고 한다. 이 다람쥐는 1 시간 올라가면 2m 씩 내려가는 습관이 있다고 한다. 4 시간 이내에 나무를 오르려 할 때, 다람쥐는 1 시간에 적어도 몇 m 씩 올라가야 하는지 구하면?

① 3m

② 4m

③ 5m

④ 6m

⑤ 7m

해설

다람쥐가 1 시간에 올라가야 할 거리를 x 라 할 때

$$4x - 3 \times 2 \geq 18, \quad x \geq 6$$

다람쥐는 1 시간에 적어도 6m 이상 올라가야 한다.

14. 영희는 철수와의 약속 시간보다 1시간 먼저 도착하여 그 시간을 이용하여 평소 원하던 책을 사기위해 서점에 갔다. 약속 장소에서 서점까지는 시속 4km의 속력으로 가고 서점에서 약속 장소까지는 시속 2km의 속력으로 왔다고 한다. 책을 사는데 15분이 걸렸다면 약속 장소에서 서점까지의 거리는 몇 km 이내에 있어야 하는가?

① 1km

② 1.1km

③ 1.2km

④ 1.3km

⑤ 1.4km

해설

약속 장소에서 서점까지의 거리를 x 라 하면

$$\frac{x}{4} + \frac{15}{60} + \frac{x}{2} \geq 1$$

$$\therefore x \geq 1(\text{km})$$

따라서 1km 이내에 있어야 한다.

15. 분수 $\frac{6}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 두 자리 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$$96 = 2^5 \times 3$$

16. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리

② 5 자리

③ 6 자리

④ 7 자리

⑤ 8 자리

해설

$$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}5384\dot{6} = \frac{1153845}{999999}$$

$$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$$

17. n 이 자연수일 때, $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)}$ 에서

1) n 이 홀수일 때, $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수이므로 -1 의
지수는 (짝수) $\times$ (홀수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

2) n 이 짝수일 때, $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 는 짝수이므로 -1 의
지수는 (홀수) $\times$ (짝수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

따라서, 자연수 n 의 값에 관계없이 $(n+1)(n+2)$ 는 짝수가
되므로

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)} = 1$ 이 항상 성립한다.

18. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

19. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 16$ 이 4^n 으로 나누어 떨어지는 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 16 = 1 \times 4^{\frac{1}{2}} \times 3 \times 4 \times 5 \times (4^{\frac{1}{2}} \times 3) \times 7 \times 4^{\frac{3}{2}} \times 9 \times (4^{\frac{1}{2}} \times 5) \times 11 \times (4 \times 3) \times 13 \times (4^{\frac{1}{2}} \times 7) \times 15 \times 4^2$$

→ 4 의 인수를 모두 곱하면,

$$4^{\{\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}+2\}} = 4^{\frac{15}{2}} \text{ 이다.}$$

∴ $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 16$ 이 4^n 으로 나누어 떨어지는 자연수 n 의 최댓값은 7이다.

20. $4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 일 때 $x - y + 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x + 1$

② $2x + 2$

③ $3x + 3$

④ $-4x + 4$

⑤ $5x + 5$

해설

$4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 을 y 에 관하여 정리하면 $y = 5x - 2$ 이다.

$y = 5x - 2$ 를 $x - y + 2$ 에 대입하면 $x - (5x - 2) + 2 = -4x + 4$ 이다.