

1. 두 자연수  $a, b$  가 있다.  $a$  를  $b$  로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때,  $a$  를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$  이다. 따라서 나머지는 3 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.

② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 384 은 6 의 배수이다.

⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

3. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

①  $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

②  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③  $a + a + a + a = a^4$

④  $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤  $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③  $a + a + a + a = 4 \times a$

4.  $2^4 = a$ ,  $3^b = 27$  을 만족하는  $a$ ,  $b$  의 값을 각각 구하면?

①  $a = 8$ ,  $b = 2$

②  $a = 8$ ,  $b = 3$

③  $a = 16$ ,  $b = 2$

④  $a = 16$ ,  $b = 3$

⑤  $a = 32$ ,  $b = 4$

해설

$2^4 = 16$ ,  $3^3 = 27$  이므로  $a = 16$ ,  $b = 3$  이다.

5. 다음 중 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

47, 53, 65, 97, 117, 153

▶ 답:        개

▷ 정답: 3 개

#### 해설

47 의 약수 : 1, 47

53 의 약수 : 1, 53

65 의 약수 : 1, 5, 13, 65

97 의 약수 : 1, 97

117 의 약수 : 1, 3, 9, 13, 39, 117

153 의 약수 : 1, 3, 9, 17, 51, 153

이므로 소수는 47, 53, 97 의 3 개이다.

6. 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 2 는 소수가 아니다.
- ㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ㉣ 소수는 모두 홀수이다.

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉡ 2 는 소수이다.
- ㉢ 2 는 소수이다.

7. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

①  $7 \times 9$

②  $2^6$

③  $3^2 \times 7$

④  $2^2 \times 3 \times 5$

⑤  $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ \quad 7 \end{array}$$

8. 75 에 가능한 한 작은 자연수  $x$ 로 나누어서 어떤 자연수  $y$ 의 제곱이 되게 하려고 한다.  $y$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 15

해설

75 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ \quad 5 \end{array}$$

75 =  $3 \times 5^2$  이므로  $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$ 의 값 중 가장 작은 자연수는 3이다. 따라서  $y = 5$ 이다.

9.  $2^3 \times 3^2 \times 5$  에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3

② 5

③  $3 \times 5$

④  $5^2$

⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

10. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답:        개

▷ 정답: 4 개

### 해설

자연수  $n$  의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는  
1 과  $n$  이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로  
자연수  $n$  은 소수의 완전제곱수이어야 한다.  
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면  
 $7^2 = 49 < 50$  이고  $11^2 = 121 > 50$  이므로  
50 이하인 소수의 완전제곱수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$  이다.

11. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

24 의 약수를 구하면 된다. 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다. 따라서 8 개이다.

12. 10 이하의 자연수 중 약수의 개수가 3개 이상인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

### 해설

약수의 개수가 3개 미만인 수는 1과 소수이다.

10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 4개이므로 약수의 개수가 3개 이상인 수는  $10 - 4 - 1 = 5$ 개이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.

⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

14. 다음은 골드바흐가 생각해 낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명하고 있는 식은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

①  $7 = 3 + 4$

②  $12 = 5 + 7$

③  $14 = 5 + 9$

④  $14 = 2 + 5 + 7$

⑤  $17 = 1 + 5 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 가장 잘 설명한 것은  $12 = 5 + 7$  이다.

15. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

①  $12 = 5 + 7$

②  $14 = 3 + 11$

③  $16 = 5 + 11$

④  $18 = 7 + 11$

⑤  $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은  $20 = 9 + 11$  이다.

16. 140 을 소인수분해하면  $2^a \times 5^b \times 7^c$  일 때, 세 수  $a, b, c$  의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = 1$

▷ 정답 :  $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면  $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

17. 2160 를 소인수분해하면  $a^x \times b^y \times c^z$  이다.  $z < y < x$  일 때,  $a + b + c - (x + y + z)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$  이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

18. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$  이므로  $2^4 \times 3 \times \square$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한  $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

19.  $48 \times x = y^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $x, y$  에 대하여  $\frac{x}{y}$  의 값은?

① 3

② 4

③  $\frac{2}{3}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은  $x = 3$ ,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

20. 72를  $x$ 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수  $x$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$\frac{72}{x} = \frac{2^3 \times 3^2}{x}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되는  $x = 2, x = 2 \times$

$3^2, x = 2^3, x = 2^3 \times 3^2$ 이다.

3의 배수가 되지 않아야 하므로  $x = 2 \times 3^2, x = 2^3 \times 3^2$  중 작은 자연수는  $x = 2 \times 3^2 = 18$ 이다.

21.  $x$ 는 96의 약수일 때,  $x$ 값이 될 수 없는 것은?

① 2

②  $2 \times 3$

③  $2^2 \times 3$

④  $2 \times 3^3$

⑤  $2^5$

해설

④  $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$  이므로  $2 \times 3^3$  은 96의 약수가 아니다.

22. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

①  $2^{10}$

②  $2 \times 3$

③  $2^2 \times 3^3$

④  $3 \times 5^2$

⑤  $13^{11}$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

①  $10 + 1 = 11$  (개)

②  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개)

③  $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$  (개)

④  $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$  (개)

⑤  $11 + 1 = 12$  (개)

23. 자연수 864 의 약수의 개수와  $2^2 \times 3 \times 5^n$  의 약수가 개수가 같을 때,  $n$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

### 해설

$864 = 2^5 \times 3^3$  이므로

약수의 개수는  $(5 + 1) \times (3 + 1) = 24$  (개)

$2^2 \times 3 \times 5^n$  의 약수의 개수는

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (n + 1) = 6 \times (n + 1)$  (개)

$6 \times (n + 1) = 24$  이므로  $n + 1 = 4$

$\therefore n = 3$

24. 어떤 자연수  $n$  에 대하여  $\frac{110}{2 \times n + 1}$  이 자연수가 된다. 이러한  $n$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 34

### 해설

110의 약수를 구해보면 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110이다.

그 중 홀수는 1, 5, 11, 55이다.

$$2 \times n + 1 = 1 \text{에서 } \therefore n = 0$$

$$2 \times n + 1 = 5 \text{에서 } \therefore n = 2$$

$$2 \times n + 1 = 11 \text{에서 } \therefore n = 5$$

$$2 \times n + 1 = 55 \text{에서 } \therefore n = 27$$

따라서 자연수  $n$ 의 합을 구하면  $2 + 5 + 27 = 34$

25. 네 자리의 정수  $41\square 2$  가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록  $\square$  안에 알맞은 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로  $41\square 2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$  에서  $\square$  안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로  $41\square 2 \Rightarrow \square 2$  에서

$\square$  안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.

따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

26. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을  $a$ , 소인수의 지수의 합을  $b$  라 하자. 이때,  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ &b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ &\therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

27.  $2 \times n$  이 어떤 자연수의 세제곱이고,  $\frac{n}{5}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수  $n$  중에서 가장 작은 것은?

① 100

② 200

③ 300

④ 400

⑤ 500

해설

가장 작은 자연수  $n$  에서  $2 \times n$  이 세제곱이므로  $n$  은 적어도 2가 두 번 곱해져 있고,  $\frac{n}{5}$  이 제곱이므로  $n$  은 5가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

28.  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수  $a, b, c$  의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

### 해설

132 를 소인수분해하면  $132 = 2^2 \times 3 \times 11$  이다. 한편  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가지므로  $a$  는 2 보다 크거나 같고,  $b$  는 1 보다 크거나 같다. 또한  $c$  도 1 보다 크거나 같다.

따라서  $a, b, c$  의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은  $2 + 1 + 1 = 4$  이다.

29. 504 의 약수의 개수와  $3^x \times 7^2 \times 13^y$  의 약수의 개수가 같다고 한다.  
이때,  $x - y$  의 값을 구하여라. (단,  $x, y$  는  $x > y$  인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

### 해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$  이므로 약수의 개수가 같기 위해서는  $x = 3$ ,  
 $y = 1$  이어야 한다. ( $\because x > y$ )

$$\therefore x - y = 3 - 1 = 2$$

30.  $18 \times A \times 7^2$  의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은  $A$  의 값을  $a$  , 두 번째로 작은  $A$  의 값을  $b$  라고 할 때,  $b - a$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

### 해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

$A$  가 될 수 있는 수는  $2^2, 3^3, 7^3$  이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은  $2^2 = 4$ ,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

31. 90보다 작은 자연수  $x$ 에 대하여,  $x$ 를 17로 나눈 몫이  $k$ 이면 나머지도  $k$ 가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답:            개

▷ 정답: 4개

#### 해설

$x$ 를 17로 나눈 몫이  $k$ 이면 나머지도  $k$ 가 되는 수는  $17k+k=18k$ 로 쓸 수 있다.

따라서 90보다 작은 수 중 18의 배수가 되는 수는 18, 36, 54, 72이다.

$$\therefore n(B) = 4$$

32. 200 의 소인수들의 합은?

① 6

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$  이므로 소인수는 2, 5 이다.

$$\therefore 2 + 5 = 7$$

33. 960으로 나누면 나누어 떨어지고, 1과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 105개인 최소의 자연수  $n$ 의 값은?

① 123500

②  $2^7 \times 3^2 \times 5^2$

③ 128000

④  $2^6 \times 3^3 \times 5$

⑤ 129600

### 해설

$N = a^m b^n c^l \dots$ 에서 양의 약수의 개수는  $(m+1)(n+1)(l+1)\dots$ 이고, 약수의 개수가  $105 = 3 \times 5 \times 7$  (개)이므로  $m, n, l$ 의 값은 차례로 2, 4, 6이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로,  $a, b, c$ 의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면  $N = 2^6 \times 3^4 \times 5^2$ 이고, 이 수는  $960 = 2^6 \times 3 \times 5$ 의 배수이므로 129600이 답이 된다.