1. 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ 1 은 소수이다.
㉡ 2 는 소수가 아니다.
㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
㉣ 소수는 모두 홀수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ 1 은 소수가 아니다.
㉡ 2 는 소수이다.
㉣ 2 는 소수이다.

2. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2\times3\times5$ ② $2^3\times3\times5$ ③ $2\times3^3\times5$

④ $2\times3\times5\times7^2$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$120=2^3\times3\times5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2\times3\times5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

3. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$의 최대공약수는?

① 2×3 ② 2×5 ③ 3×5
④ $2^2 \times 3$ ⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$의 최대공약수는 2×3이다.

4. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장) 이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장) 이다.

5. $2 \times 3^2 \times 5$ 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이므로 $2 \times 3^2 \times 5$ 에서 2 와 5 의 지수가 홀수이므로 $2 \times 5 \times x^2$ 을 곱해주어야 하고 그 중 가장 작은 수는 2×5 이므로 10 이다.

6. 어떤 수와 126 의 최소공배수가 378 이라고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 54

해설

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$
$378 = 2 \times 3^3 \times 7$
어떤 수 : 3^3, 2×3^3

7. 세 자연수 a , b , c 의 최소공배수가 120 일 때, a , b , c 의 공배수 중 500 에 가장 가까운 수는?

① 360 ② 480 ③ 120 ④ 500 ⑤ 600

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 120 의 배수 120 , 240 , 360 , 480 , 600 , … 중에서 500 에 가장 가까운 수는 480 이다.

8. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a : b : c = 2 : 3 : 7$ 이 성립하고 세 자연수의 최소공배수가 546 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 156

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r|lll} x & 2\times x & 3\times x & 7\times x \\ \hline & 2 & 3 & 7 \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 7 = 546$

$x = 13$

따라서 세 자연수는 26, 39, 91 이므로 세 자연수의 합은 156 이다.

9. 어떤 자연수로 200 을 나누면 8 이 남고 100 을 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 96

해설

구하는 수를 a 라 하면
a 는 $200-8=192$, $100-4=96$ 의
최대공약수이므로 $2^5\times 3=96$ ∴ 96

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 192 & 96 \\ 2 & 96 & 48 \\ 2 & 48 & 24 \\ 2 & 24 & 12 \\ 2 & 12 & 6 \\ 3 & 6 & 3 \\ & 2 & 1 \end{array}$$

10. 세 자연수 5, 6, 8 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하면?

① 111 ② 122 ③ 148 ④ 162 ⑤ 180

해설

5, 6, 8로 나누면 모두 2가 남는 어떤 수를 x라 하면 $x-2$는 5, 6, 8의 공배수이다. 5, 6, 8의 최소공배수는 120이므로 $x-2$는 120, 240, 360, ⋯ 이다. 따라서 x는 122, 242, 362, ⋯ 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 122이다.

11. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 132 일때, $A-B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 126

▷ 정답: 54

해설

두 자연수를 $6a$, $6b$
(단, a, b는 서로소, $a > b$) 라고 하면,
최소공배수 $132 = 6 \times 22 = 6 \times a \times b$
$a \times b = 22$ 이므로
$a = 22$, $b = 1$ 일 때 $A = 132$, $B = 6$,
$a = 11$, $b = 2$ 이면 $A = 66$, $B = 12$ 이다.
따라서 $A - B = 132 - 6 = 126$
또는 $A - B = 66 - 12 = 54$

12. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a+b+m+n$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$196 = 2^2 \times 7^2$

따라서 $a=2,\ b=7, m=2, n=2$

$a+b+m+n=13$

13. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15 ② 18 ③ 24 ④ 25 ⑤ 30

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

14. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 54 cm, 90 cm, 108 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개　② 90 개　③ 36 개
④ 24 개　⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.
따라서 상자의 개수는
$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90$ (개)

15. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴　② 18 바퀴　③ 20 바퀴

④ 21 바퀴　⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

16. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

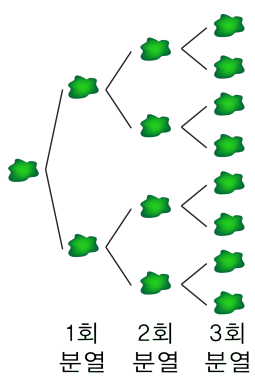
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,
$25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,
$(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$
$\therefore$(순서쌍 (a, b) 의 개수)$= 4$ (개)

17. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바 (처음 한마리부터 차례로 더한 수) 가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1+2=3$ (마리) 가 된다.
아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2\times 2=4$ (마리) 가 더 생성된다. 따라서 총 마리 수는 $1+2+2^2=7$ (마리) 가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1+2+2^2+2^3=15$ (마리) 가 된다.
이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리 수가 50 마리 이상이 된다.

18. 자연수 n의 소인수들의 합을 $P(n)$으로 나타낸다. 예를 들어, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로 $P(18) = 2 + 3 = 5$이다. 이 때, $\dfrac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \dfrac{P(30) + P(60)}{P(12) + P(24)}$를 만족하는 x의 값 중 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 15

▷ 정답: 45

▷ 정답: 75

해설

$P(30) = 10$, $P(60) = 10$, $P(12) = 5$, $P(24) = 5$이므로

$\dfrac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \dfrac{P(30) + P(60)}{P(12) + P(24)}$ 에서

$\dfrac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \dfrac{10 + 10}{5 + 5} = 2$

$P(x) - 4 = 2P(x) - 12$

$P(x) = 8$

소인수의 합이 8 인 수는 3 과 5 만을 소인수로 가진 수이다.

$\therefore\ x = 15, 45, 75$

19. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

① 10 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.
$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.
$\therefore\ 8 \times 6 = 48$
따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

20. $2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개라고 한다. $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개이면

$\square$ 가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.