

1. 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 2 는 소수가 아니다.
- ㉢ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ㉣ 소수는 모두 홀수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉡ 2 는 소수이다.
- ㉢ 2 는 소수이다.

2. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

3. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3

② 2×5

③ 3×5

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3 이다.

4. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다.
가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장) 이 필요하므로
필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장) 이다.

5. $2 \times 3^2 \times 5$ 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이므로 $2 \times 3^2 \times 5$ 에서 2 와 5 의 지수가 홀수이므로 $2 \times 5 \times x^2$ 을 곱해주어야 하고 그 중 가장 작은 수는 2×5 이므로 10 이다.

6. 어떤 수와 126의 최소공배수가 378이라고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$378 = 2 \times 3^3 \times 7$$

어떤 수 : $3^3, 2 \times 3^3$

7. 세 자연수 a, b, c 의 최소공배수가 120 일 때, a, b, c 의 공배수 중 500 에 가장 가까운 수는?

① 360

② 480

③ 120

④ 500

⑤ 600

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 120 의 배수 120 , 240 , 360 , 480 , 600 , ... 중에서 500 에 가장 가까운 수는 480 이다.

9. 어떤 자연수로 200 을 나누면 8 이 남고 100 을 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

구하는 수를 a 라 하면

a 는 $200 - 8 = 192$, $100 - 4 = 96$ 의

최대공약수이므로 $2^5 \times 3 = 96 \therefore 96$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 192 \quad 96} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 96 \quad 48} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 48 \quad 24} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 24 \quad 12} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \quad 12 \quad 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 6 \quad 3} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \end{array}$$

10. 세 자연수 5, 6, 8 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하면?

① 111

② 122

③ 148

④ 162

⑤ 180

해설

5, 6, 8로 나누면 모두 2가 남는 어떤 수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 5, 6, 8의 공배수이다. 5, 6, 8의 최소공배수는 120이므로 $x - 2$ 는 120, 240, 360, ... 이다. 따라서 x 는 122, 242, 362, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 122이다.

11. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 6, 최소공배수는 132 일때, $A - B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 126

▷ 정답: 54

해설

두 자연수를 $6a, 6b$

(단, a, b 는 서로소, $a > b$) 라고 하면,

$$\text{최소공배수 } 132 = 6 \times 22 = 6 \times a \times b$$

$a \times b = 22$ 이므로

$$a = 22, b = 1 \text{ 일 때 } A = 132, B = 6,$$

$$a = 11, b = 2 \text{ 이면 } A = 66, B = 12 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } A - B = 132 - 6 = 126$$

$$\text{또는 } A - B = 66 - 12 = 54$$

12. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

13. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

14. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 54cm, 90cm, 108cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체를 최대한 적게 사용하려고 할 때, 정육면체의 개수는?

① 180 개

② 90 개

③ 36 개

④ 24 개

⑤ 15 개

해설

정육면체가 가장 적을 때 정육면체 한 모서리의 길이가 가장 크므로 상자 한 모서리의 길이는 54, 90, 108 의 최대공약수인 18cm 이다.

따라서 상자의 개수는

$$(54 \div 18) \times (90 \div 18) \times (108 \div 18) = 90 \text{ (개)}$$

15. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴

② 18 바퀴

③ 20 바퀴

④ 21 바퀴

⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.

같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로

다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

16. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

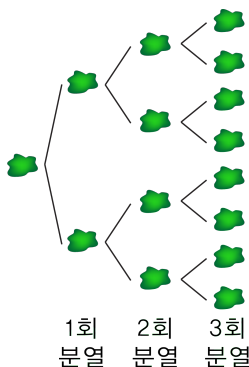
$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,

$25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,

$(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$

$\therefore$ (순서쌍 (a, b) 의 개수) = 4 (개)

17. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바(처음 한 마리부터 차례로 더한 수)가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다.

아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리 수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다.

이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리 수가 50 마리 이상이 된다.

18. 자연수 n 의 소인수들의 합을 $P(n)$ 으로 나타낸다. 예를 들어, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로 $P(18) = 2 + 3 = 5$ 이다. 이 때, $\frac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \frac{P(30) + P(60)}{P(12) + P(24)}$ 를 만족하는 x 의 값 중 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 45

▷ 정답 : 75

해설

$P(30) = 10, P(60) = 10, P(12) = 5, P(24) = 5$ 이므로

$$\frac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \frac{P(30) + P(60)}{P(12) + P(24)} \text{에서}$$

$$\frac{P(x) - 4}{P(x) - 6} = \frac{10 + 10}{5 + 5} = 2$$

$$P(x) - 4 = 2P(x) - 12$$

$$P(x) = 8$$

소인수의 합이 8인 수는 3과 5만을 소인수로 가진 수이다.

$$\therefore x = 15, 45, 75$$

19. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

① 10

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ 이다.

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4 + 1) \times (1 + 1) = 10$ 이다.

20. $2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개라고 한다. $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 작은 수부터 2개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 11

해설

$2^3 \times 5 \times \square \times 7$ 의 약수의 개수가 32 개이면

$\square$ 가 가장 작은 소인수 3 인 경우와 그 다음 작은 소인수인 11 이 있다.