

1. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -12$

해설

$$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$$

$$\therefore a = +4$$

$$\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$$

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore ab = (+4) \times (-3) = -12$$

2. 다음 수의 제곱근 중 근호가 없는 수로 나타낼 수 있는 것은?

① 2

② 5

③ 10

④ $\sqrt{16}$

⑤ 20

해설

① $\pm \sqrt{2}$

② $\pm \sqrt{5}$

③ $\pm \sqrt{10}$

④ ± 2

⑤ $\pm 2\sqrt{5}$

3. $\sqrt{25}$, $\sqrt{(-6)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 차례대로 바르게 나타낸 것은?

① 5, 6

② 5, -6

③ 5, 36

④ 25, 36

⑤ 25, -36

해설

$$\sqrt{25} = 5, \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$\therefore 5, 6$

4. $\sqrt{36} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{81} \times \sqrt{\frac{4}{9}}$ 를 간단히 하면?

① 3

② 7

③ 10

④ 15

⑤ 17

해설

$$\sqrt{36} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{81} \times \sqrt{\frac{4}{9}} = 6 - 5 + 9 \times \frac{2}{3} = 7$$

5. 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 값이 아닌 것은?

보기

$$3 < \sqrt{x} < 5$$

① 24

② 20

③ 16

④ 12

⑤ 8

해설

$$3 < \sqrt{x} < 5$$

$$3^2 < (\sqrt{x})^2 < 5^2 \text{ 이므로}$$

$$9 < x < 25$$

따라서 x 는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 이다.

6. $\sqrt{\sqrt{x}}$ 가 3 의 양의 제곱근일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

$$\sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt{3}, \sqrt{x} = 3$$

$$\therefore x = 9$$

7. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1

② -1

③ $1 - 2a$

④ $2a - 1$

⑤ 3

해설

$0 < a < 1$ 에서 $a > 0$, $a - 1 < 0$

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2} = a - \{-(a-1)\} = 2a - 1$$

8. $-1 < a < 2$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$$

① $a - 3$

② $-2a - 3$

③ $-2a + 1$

④ 3

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2} \\ &= -(a-2) - (a+1) \quad (\because a-2 < 0, a+1 > 0) \\ &= -a + 2 - a - 1 \\ &= -2a + 1 \end{aligned}$$

9. $\sqrt{\frac{54}{n^3}}$ 가 유리수가 되도록 하는 최소의 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{\frac{54}{n^3}} = \frac{3\sqrt{6}}{n\sqrt{n}}$ 이므로 유리수가 되기 위하여 근호가 없어져야 한다. 따라서 $\sqrt{\frac{54}{n^3}}$ 가 유리수가 되게 하는 최소의 자연수 $n = 6$ 이다.

10. 다음 식이 모두 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 최솟값을 구하고 그 자연수 y 를 각각 구하여라.

	자연수 x 의 최솟값	y
$y = \sqrt{270x}$	㉠	㉡
$n = \sqrt{\frac{120}{x}}$	㉢	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ = 30

▷ 정답 : ㉡ = 90

▷ 정답 : ㉢ = 30

▷ 정답 : ㉣ = 2

해설

㉠ $270x = 2 \times 3^3 \times 5 \times x$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉡ 따라서 $y = \sqrt{270 \times 30} = 90$ 이다.

㉢ $\frac{120}{x} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{x}$ 이므로 $x = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

㉣ 따라서 $y = \sqrt{\frac{120}{30}} = 2$ 이다.

11. 다음 무리수 중 가장 작은 것은?

① $2\sqrt{7}$

② $3\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{5}$

④ $5\sqrt{4}$

⑤ $6\sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{28}$, ② $\sqrt{54}$, ③ $\sqrt{80}$, ④ $\sqrt{100}$, ⑤ $\sqrt{72}$ 이므로 가장 작은 것은 ①이다.

12. $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} + 3)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$1 - \sqrt{5} < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1$$

$$(\text{준식}) = \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 3) = -4$$

13. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$$

$$\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7, 8$$

14. $1.2 < \sqrt{x} < 2.1$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$1.2 < \sqrt{x} < 2.1$$

$$1.44 < x < 4.41$$

$$x = 2, 3, 4$$

15. $5 < \sqrt{4x^3} < 10$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$25 < 4x^3 < 100 \text{ 이므로}$$

$$6.25 < x^3 < 25$$

$$2^3 = 8, 3^3 = 27$$

$$\therefore x = 2$$

16. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

㉠ 양수 A 의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.

㉡ a 가 제곱근 16 이면 $a = 4$ 이다.

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.

㉣ 25 의 제곱근은 ± 5 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\text{㉢ 제곱근 } \frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.

② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.

③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.

④ 제곱근 25 는 5 이다.

⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

② 1.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.

⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

18. $\sqrt{25}$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b ,
 $\sqrt{(-169)^2}$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $bc - \sqrt{5}a$ 의 제곱근을 구하여
라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\pm \sqrt{34}$

해설

$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{의 제곱근은 } \pm \sqrt{5} \therefore a = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9 \text{의 제곱근은 } \pm 3 \therefore b = -3$$

$$\sqrt{(-169)^2} = 169 \text{의 제곱근은 } \pm 13 \therefore c = -13$$

$$bc - \sqrt{5}a = (-3) \times (-13) - \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 34 \text{ 이므로}$$

34의 제곱근은 $\pm \sqrt{34}$ 이다.

19. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

20. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$$

$$= -a + b - (-a) + b$$

$$= 2b$$

21. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \dots \therefore x = 6, 17, 30, \dots \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \dots \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 가장 작은 자연수 x 는 30 이다.

22. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

23. $\sqrt{960 - 32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M - 2m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{960 - 32a} = \sqrt{16(60 - 2a)} = 4\sqrt{60 - 2a}$$

$60 - 2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60 - 2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60 - 36}{2} = 12$$

$$M - 2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

24. $\sqrt{180 - 18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\sqrt{180 - 18a} = \sqrt{18(10 - a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10 - a}$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로

$$a = 8$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로

$$a = 2$$

$M = 8$, $m = 2$ 이다.

따라서 $Mm = 16$ 이다.

25. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

26. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3}\sqrt{3^4}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

27. $\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a}$, $\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b$ 일 때, $10a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10a - b = -1$

해설

$$\frac{40^8}{100^4} = \sqrt{16^a},$$

$$\frac{40^8}{100^4} = \frac{2^{24} \times 5^8}{2^8 \times 5^8} = 2^{16} = \sqrt{2^{32}} = \sqrt{16^8}$$

$$\therefore a = 8$$

$$\sqrt{\frac{9^8}{9^4}} = b, \sqrt{9^4} = 9^2 = 81 \quad \therefore b = 81$$

$$\therefore 10a - b = 80 - 81 = -1$$

28. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10A = 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= |-3a| \times |a| \div |2a| \div |-5a| \\ &= (-3a) \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

29. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉢

해설

㉠ $x-y > 0$, $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$

㉡ $y-x < 0$,

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} \\ &= x + (-y) - (y-x) = 2x - 2y \end{aligned}$$

㉢ $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2}$

$$\begin{aligned} &= x - (-y) - (x-y) \\ &= x + y - x + y = 2y \end{aligned}$$

30. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), \\ (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

31. a, b 에 대하여 a, b 는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2 + 15} = \sqrt{2b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 9$

해설

양변을 제곱하면 $a^2 + 15 = 2b$ 이므로 $2b - a^2 = 15$

이때 a, b 는 10보다 작은 자연수 이므로

$$\therefore (a, b) = (1, 8)$$

$$\therefore a + b = 9$$

32. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

- ① $\sqrt{xy}$ ② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$ ③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$
 ④ $\sqrt{-x^2y}$ ⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
 따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

33. $2 < \sqrt{a+2b} < 3$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b 는 자연수, $a \neq b$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$$2 < \sqrt{a+2b} < 3, \quad \sqrt{4} < \sqrt{a+2b} < \sqrt{9}$$

$$a+2b = 5, 6, 7, 8$$

$$(a, b) = (1, 2), (3, 1), (4, 1), (1, 3), (3, 2),$$

$$(5, 1), (2, 3), (4, 2), (6, 1)$$

따라서 9개이다.