

1. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.

① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$

② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$2^2 \times 3^3 \times 5$$

$$2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$

최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

2. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

3. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.

최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

5. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

6. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$(3 + 1)(a + 1) = 12$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

7. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

8. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6이다.

9. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}$, $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수인 6 이다.

10. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{12}{n}$, $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 12 와 21 의 공약수이다.

12 와 21 의 최대공약수는 3 이므로 $n = 1, 3$ 이다.

11. 가로와 세로의 길이가 16 cm, 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm

② 40 cm

③ 50 cm

④ 60 cm

⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \quad 20} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

12. 가로 길이가 6 cm, 세로 길이가 8 cm, 높이가 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6 \quad 8 \quad 12} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 3 \quad 4 \quad 6} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3 \quad 2 \quad 3} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

13. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8와 6의 최소공배수인 24cm이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

14. 가로 6cm , 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm

② 9cm

③ 15cm

④ 18cm

⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm 가 된다.

15. 가로와 세로의 길이가 각각 120cm, 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

① 18cm, 35 개

② 24cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 24cm, 40 개

⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,

$$120 = x \times \square, 168 = x \times \triangle$$

x 는 120 과 168 의 최대공약수

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5, 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2^3 \times 3 = 24 \text{ (cm)}$$

$$120 = 24 \times 5, 168 = 24 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 7 = 35 \text{ (개)}$$

16. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.

되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$2 \begin{array}{r} 2 \) \ 12 \ 18 \\ \hline \end{array}$$

$$3 \begin{array}{r} 3 \) \ 6 \ 9 \\ \hline \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \end{array}$$

17. 우리 반 영어 선생님은 24 일에 한 번씩 영어 단어 시험을 보고, 18 일에 한 번씩 노트 검사를 한다. 오늘 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후에 다시 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는지 구하여라.

▶ **답:** 일 후

▶ **정답:** 72일 후

해설

24 일마다, 18 일마다 영어 단어 시험과 노트검사를 한다고 하였으므로 24와 18의 최소공배수인 72 일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

18. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

19. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 5×7^2

③ $2^3 \times 3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7^2$

⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수: $3^2 \times 5^2$

20. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

21. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

22. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

① 18

② 30

③ 45

④ 60

⑤ 72

해설

$$7200 = 2^5 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

23. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3, 7

③ 2, 3, 5, 7

④ $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$

⑤ $2^3, 3^2, 5, 7^4$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

24. 다음 중 420 의 소인수가 아닌 것은?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7

25. 최대공약수가 6 인 두 자연수 A, B 에 대하여 $A \times B = 540$ 이 성립한다.
이때, 두 수 A, B 의 최소공배수는?

① 50

② 60

③ 70

④ 80

⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$ 이므로

$540 = 6 \times (\text{최소공배수})$

따라서 두 수의 곱은 90 이다.

26. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

① (14, 22)

② (21, 49)

③ (27, 72)

④ (15, 58)

⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

① (14, 22) \Rightarrow 2

② (21, 49) \Rightarrow 7

③ (27, 72) \Rightarrow 9

④ (15, 58) \Rightarrow 1

⑤ (2, 20) \Rightarrow 2

27. 소인수분해를 이용하여 24의 약수의 개수를 써라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 에서 2^3 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 이고 3 의 약수는 1, 3 이므로 24 의 약수는 다음과 같은 표에 나타낼 수 있다.

\times	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24

따라서 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이고, 그 개수는 8 개이다.

28. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$2 \overline{)240}$$

$$2 \overline{)120}$$

$$2 \overline{)60}$$

$$2 \overline{)30}$$

$$3 \overline{)15}$$

5

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

29. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.
- ② 1 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 자신을 약수로 갖는다.
- ④ 합성수는 3 개 이상의 약수를 갖는다.
- ⑤ 소수는 짝수가 없다.

해설

- ① 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.
- ② 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 2 는 소수이다.

30. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

① 40

② 50

③ 60

④ 70

⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

31. 다음은 나예빠가 년뎃저에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빠와 년뎃저가 만나는 시간이 나타난다. 나예빠와 년뎃저가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답: 시

▷ 정답: 3시

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3$, $8 = 2^3$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예빠와 년뎃저가 만나는 시간은 3시이다.

32. 108 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\text{약수의 개수} : (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$$