

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 다음 중 20 이하의 소수가 아닌 것은?

① 2

② 3

③ 7

④ 17

⑤ 18

해설

20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

3. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

4. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.
그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

5. 소인수분해를 이용하여 36과 56의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$56 = 2^3 \times 7$$

두 수의 최대공약수는 $2^2 = 4$

6. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!

미소 : 무엇을 구했는데?

영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.

미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □, □, 10, 15, 30 이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!

미소 : 무엇을 구했는데?

영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.

미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □ = 5, □ = 6, 10, 15, 30 이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2 의 약수는 1 과 2 , 3 의 약수는 1 과 3, 5 의 약수는 1 과 5 이므로

이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 이다.

7. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는?

① 48, 96

② 48, 97

③ 49, 97

④ 50, 96

⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, ... 이다.

따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

8. 어떤 수 A 를 5 로 나누었더니 몫이 7 이고, 나머지가 2 이었다. 어떤 수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$A = 5 \times 7 + 2 = 37$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 16 의 약수의 개수는 5 개이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.
- ④ 21 은 3 의 배수이다.
- ⑤ 6 은 18 의 약수이다.

해설

1 은 약수가 자기 자신뿐이다.

10. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 합성수는 모두 짝수이다.
- ㉡ 3의 배수 중 소수는 1개뿐이다.
- ㉢ 2는 가장 작은 소수이다.
- ㉣ 짝수인 소수는 2뿐이다.

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

해설

㉠ 15는 합성수이지만 홀수이다.

11. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

12. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

13. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

14. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

15. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

①

13

② 12

③ 10

④ 8

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

16. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수를 바르게 나열한 것은?

① 1, 2, 4, 8, 16

② 4, 16, 64, ...

③ 16, 32, 48

④ 4, 8, 16, 32, ...

⑤ 16, 32, 48, 64, ...

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수이다.

17. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

18. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는
 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

19. 서울역에서 부산행 열차는 20 분마다, 광주행 열차는 30 분마다 출발한다고 한다. 서울역에서 두 열차가 오전 6 시에 동시에 출발하였다. 오전 6 시 이후에 최초로 동시에 출발하는 시각은 몇 시인지 구하여라.

▶ 답: 시

▷ 정답: 오전 7 시

해설

20 과 30 의 최소공배수는 60 이므로

6 시 이후 최초로 동시에 출발하는 시각은 $(6 \text{ 시}) + (60 \text{ 분}) = 7 \text{ 시}$

∴ 오전 7 시

20. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① $2^3 \times 3^2$

② $3^4 \times 5^3$

③ 96

④ $3 \times 5^2 \times 7$

⑤ 330

해설

① 12개

② 20개

③ 12개

④ 12개

⑤ 16개

21. 72의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는

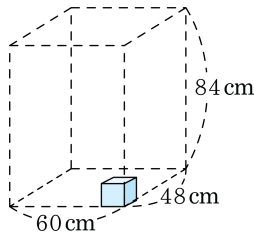
$(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는

$(x+1) \times (2+1) = 12$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore x = 3$

22. 같은 크기의 정육면체 블록을 빈틈없이 쌓아서 가로의 길이 60 cm, 세로의 길이 48 cm, 높이 84 cm 인 직육면체가 되도록 하려 한다. 되도록 큰 정육면체 블록으로 쌓을 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

쌓으려고 하는 정육면체의 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 공약수이다.

그런데 되도록 큰 정육면체로 쌓는다고 했으므로 한 변의 길이는 60, 48, 84 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \quad 60 \quad 84} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 30 \quad 42} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \quad 15 \quad 21} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 5 \quad 7 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

23. 가로 길이가 90 m, 세로 길이가 180 m 인 직사각형 모양의 농장과, 같은 모양으로 가로 길이가 72 m, 세로 길이가 108 m 인 목장이 있다. 이 농장과 목장의 가장 자리를 따라 두 곳 모두 같은 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심고 나무 사이의 간격이 20 m 를 넘지 않으면서 가장 넓게 심으려고 한다면, 몇 그루의 나무가 필요한지 구하여라.



답 :

그루



정답 : 50 그루

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$90 = x \times \square, 180 = x \times \triangle$$

$$72 = x \times \bigcirc, 108 = x \times \diamond$$

x 는 90, 180, 72, 108 의 최대공약수

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$72 = 2^3 \times 3^2, 108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\therefore x = 2 \times 3^2 = 18 \text{ (m)}$$

나무 사이의 간격을 18m 라 할 때

농장 : 가로 $90 = 18 \text{ (m)} \times 5$ (그루)

세로 $180 = 18 \text{ (m)} \times 10$ (그루)

목장 : 가로 $72 = 18 \text{ (m)} \times 4$ (그루)

세로 $108 = 18 \text{ (m)} \times 6$ (그루)

$\therefore$ 직사각형 모양의 농장과 목장의 가장자리에 필요한 나무는

$$\{(5 + 10) \times 2\} + \{(4 + 6) \times 2\} = 50 \text{ (그루)}$$

24. 사과 68 개, 귤 111 개, 배 82 개를 될 수 있는대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 8 개가 남고, 귤은 1 개가 남고 배는 8 개가 모자란다고 한다. 이때, 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

학생 수는 $68 - 8 = 60$, $111 - 1 = 110$, $82 + 8 = 90$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

25. 가로와 세로의 길이, 높이가 각각 8cm, 18cm, 6cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌은 몇 개인가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 432 개

해설

$$\begin{aligned} & 8, 18, 6 \text{ 의 최소공배수는 } 72 \text{ 이므로} \\ & (\text{필요한 벽돌의 수}) \\ & = (72 \div 8) \times (72 \div 18) \times (72 \div 6) \\ & = 9 \times 4 \times 12 = 432(\text{개}) \end{aligned}$$

26. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b$, $2^2 \times 3^b \times c$, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$6 = 2 \times 3, 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1, b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

27. 두 수 $2 \times 3 \times 5$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, A 를 구하면?

① 2×3^2

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 7$

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$$(2 \times 3 \times 5) \times A = (2 \times 3) \times (2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7) = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7$$

이다.

$$\therefore A = 2^3 \times 3^2 \times 7$$