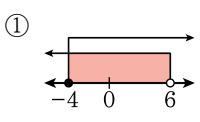
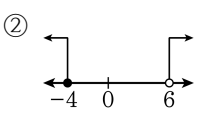
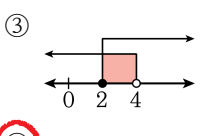
1. 연립부등식

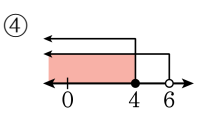
$$\begin{cases} 2(x-3) < x \\ x+5 \le 3(x-1) \end{cases}$$

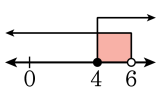
의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

1. $2(x-3) < x,\ x < 6$
2. $x+5 \le 3(x-1),\ x \ge 4$

공통된 해를 찾으면 $4 \le x < 6$

2. $i+i^2+i^3+i^4+\ldots+i^{29}+i^{30}$을 계산하면?

① $i-1$ ② $1-2i$ ③ $3i-1$ ④ $2-3i$ ⑤ $i+3$

해설

$i+i^2+i^3+i^4=i-1-i+1=0$

$i^{4k}=1,\ i^{4k+1}=i,\ i^{4k+2}=-1,\ i^{4k+3}=-i$

$\therefore i+i^2+i^3+\ \cdots\ +i^{29}+i^{30}=i^{29}+i^{30}$

$=i+i^2$

$=i-1$

3. x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

▷ 정답: $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$에 $x=-1+\sqrt{2}$를 대입하여 정리하면
$3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$
$-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$
$-a+b+3=0$과 $a-2=0$에서 $a=2,\ b=-1$

4. 두 실수 x, y 가 $x^2+y^2-4x-y-2=0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x^2+y^2-4x-y-2=0$ 을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2-4x+y^2-y-2=0$
이 때, x 가 실수이므로 판별식 D 라 하면
$\frac{D}{4}=(-2)^2-\left(y^2-y-2\right)\geq 0$
$y^2-y-6\leq 0,\ \ (y+2)(y-3)\leq 0$
$\therefore -2\leq y\leq 3$ 따라서, y 의 최댓값은 3 이다.

5. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $p<x<q$일 때, 이차부등식 $cx^2+bx+a<0$의 해를 p,q를 써서 나타내면? (단, $p>0$)

① $x>q$ 또는 $x<p$
② $\frac{1}{q}<x<\frac{1}{p}$
③ $x>\frac{1}{p}$
④ $x<\frac{1}{q}$
⑤ $x>\frac{1}{p}$ 또는 $x<\frac{1}{q}$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $p<x<q$ 라면

$(a<0$ 이므로$)$ $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0$

$\Leftrightarrow (x-p)(x-q)<0$, $x-(p+q)x+pq<0$

$p+q=-\frac{b}{a}$, $pq=\frac{c}{a}$

$cx^2+bx+a<0$ 에서 양변을 a로 나누면

$\frac{c}{a}x^2+\frac{b}{a}x+1>0$ $(\because a<0)$

$\Leftrightarrow pqx^2-(p+q)x+1>0$

$\Leftrightarrow (px-1)(qx-1)>0$

$\therefore x>\frac{1}{p}$ 또는 $x<\frac{1}{q}$

$\left(\because \frac{1}{p}>\frac{1}{q}\right)$