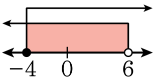
1. 연립부등식

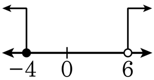
$$\begin{cases} 2(x-3) < x \\ x+5 \le 3(x-1) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

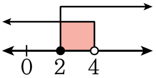
①



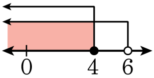
②



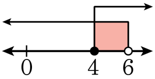
③



④



⑤



해설

1. $2(x-3) < x,\ \ x < 6$

2. $x+5 \le 3(x-1),\ \ x \ge 4$

공통된 해를 찾으면 $4 \le x < 6$

2. $i + i^2 + i^3 + i^4 + \ldots + i^{29} + i^{30}$ 을 계산하면?

① $i-1$ ② $1-2i$ ③ $3i-1$ ④ $2-3i$ ⑤ $i+3$

해설

$i + i^2 + i^3 + i^4 = i - 1 - i + 1 = 0$

$i^{4k} = 1,\ i^{4k+1} = i,\ i^{4k+2} = -1,\ i^{4k+3} = -i$

$$\begin{aligned} \therefore i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{29} + i^{30} &= i^{29} + i^{30} \\ &= i + i^2 \\ &= i - 1 \end{aligned}$$

3. x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$에 $x=-1+\sqrt{2}$를 대입하여 정리하면

$3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$

$-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$

$-a+b+3=0$과 $a-2=0$에서 $a=2,\ b=-1$

4. 두 실수 x, y 가 $x^2+y^2-4x-y-2=0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2+y^2-4x-y-2=0$ 을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2-4x+y^2-y-2=0$
이 때, x 가 실수이므로 판별식 D 라 하면

$$\frac{D}{4}=(-2)^2-\left(y^2-y-2\right)\geq 0$$

$y^2-y-6\leq 0$, $(y+2)(y-3)\leq 0$
$\therefore -2\leq y\leq 3$ 따라서, y 의 최댓값은 3 이다.

5. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $p<x<q$일 때, 이차부등식 $cx^2+bx+a<0$의 해를 p, q를 써서 나타내면? (단, $p>0$)

① $x>q$ 또는 $x<p$

② $\frac{1}{q}<x<\frac{1}{p}$

③ $x>\frac{1}{p}$

④ $x<\frac{1}{q}$

⑤ $x>\frac{1}{p}$ 또는 $x<\frac{1}{q}$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $p<x<q$ 라면

$(a<0$ 이므로$)$ $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0$

$\Leftrightarrow (x-p)(x-q)<0$, $x-(p+q)x+pq<0$

$p+q=-\frac{b}{a},\ pq=\frac{c}{a}$

$cx^2+bx+a<0$ 에서 양변을 a로 나누면

$\frac{c}{a}x^2+\frac{b}{a}x+1>0$ $(\because a<0)$

$\Leftrightarrow pqx^2-(p+q)x+1>0$

$\Leftrightarrow (px-1)(qx-1)>0$

$\therefore x>\frac{1}{p}$ 또는 $x<\frac{1}{q}$

$\left(\because \frac{1}{p}>\frac{1}{q}\right)$