

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

2. 세 명제 $\sim p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$ 가 참이고, 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \subset Q$
- ② $R \subset Q^c$
- ③ $R \cup P^c = R$
- ④ $P \subset R$
- ⑤ $R \cap Q = R$

해설

$\sim p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로
 $\sim p \rightarrow q \rightarrow \sim r$ 에서 $P^c \subset Q \subset R^c$ 이다.
① $P \not\subset Q$
② $Q \subset R^c$ 이므로 $R \subset Q^c$
③ $P^c \subset R^c$ 이므로 $R \cup P^c \neq R$
④ $P^c \subset R^c$ 이므로 $R \subset P$
⑤ $Q \subset R^c$ 에서 $R \subset Q^c$ 이므로 $R \cap Q \neq R$

3. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 충분조건, r 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 s 이기 위한 어떤 조건인지 써라.

▶ 답: 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$
 q 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow q$
 q 는 s 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow s$
 r 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow r$
 $s \Rightarrow r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 에서 $s \Rightarrow p$
 그러나 $p \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없다.
 $\therefore p$ 는 s 이기 위한 필요조건이다.

4. P 섬에 사는 사람들은 오직 진실만을 말하고, Q 섬에 사는 사람들은 오직 거짓만을 말한다. 이 두 섬으로부터 온 세 사람 A, B, C가 있다. A, B는 다음과 같이 말했다.

A : 우리는 모두 Q 섬에서 왔다.B : 우리들 중 오직 한 사람만이 P 섬에서 왔다.

A, B, C는 각각 어느 섬으로부터 왔는가?

- ① A,B는 P 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ② A,B는 Q 섬, C는 Q 섬에서 왔다.
- ③ A,B,C는 모두 Q 섬에서 왔다.
- ④ B는 P 섬, A,C는 Q 섬에서 왔다.
- ⑤ B는 Q 섬, A,C는 P 섬에서 왔다.

해설

A의 말은 거짓이다. 즉, A는 Q 섬 사람이고 ‘우리 모두 Q 섬 사람이다.’가 거짓이므로 B, C 중 P 섬 사람이 있어야 한다. 만일 B가 P 섬 사람이면 B의 말이 진실이므로 C는 Q 섬에서 왔다. 그러나 B가 Q 섬에서 왔다면 B의 말이 거짓이므로 P 섬 사람이 둘 이상이어야 하는데 A와 B가 Q 섬 사람이므로 모순이다. 따라서, B는 P 섬, A,C는 Q 섬에서 왔다.

5. 다음 중 명제 $|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta|$ 의 필요조건이기는 하지만 충분조건은 아닌 것을 찾으면? (단, α, β 는 실수)

- ① $\alpha\beta < 1$ ② $\alpha\beta = -1$ ③ $\alpha\beta = 0$
④ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ ⑤ $\alpha^2 - \beta^2 = 0$

해설

$|\alpha - \beta| = |\alpha + \beta| \rightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 \rightarrow -2\alpha\beta = 2\alpha\beta$
 $\rightarrow \alpha\beta = 0$
0 은 1 보다 작으므로 $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha\beta < 1$ 라고 말할 수 있다.
따라서, $\alpha\beta < 1$ 는 $\alpha\beta = 0$ 의 필요조건이다.