

1. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

$$3 < \sqrt{3x} < 5, \sqrt{40} < x < \sqrt{70}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 7$

▷ 정답 : $x = 8$

해설

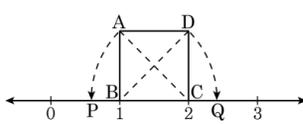
$3 = \sqrt{9} < \sqrt{3x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는

$x = 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$\sqrt{40} < \sqrt{x^2} < \sqrt{70}$ 을 만족하는

$x = 7, 8$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD 를 그렸다. 수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 좌표의 곱을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

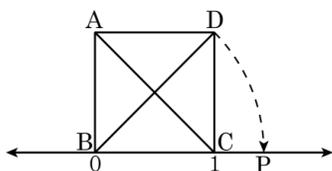
수직선 위의 두 점 P, Q 에 대응하는 두 점의 좌표는 다음과 같다.

$$P = 2 - \sqrt{2}$$

$$Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{(구하는 값)} &= (2 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형일 때, 수직선 위의 점 P에 대응하는 수는?



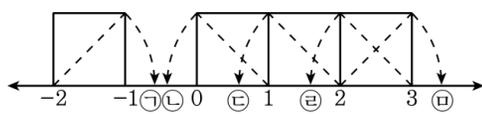
- ① $\sqrt{2}-1$ ② $1-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}+1$

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{2}$$

점 P는 점 B를 기준으로 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 이동한 점이므로 $0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$ 이다.

4. 다음 수직선 위의 점 ㉠ ~ ㉥ 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?
(단, 수직선 위의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형)



- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 2 에서 대각선의 길이만큼 왼쪽으로 간 지점이 $2 - \sqrt{2}$ 이다.

5. $1 < \sqrt{\frac{x}{2}} < \frac{5}{2}$ 를 만족시키는 정수 x 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$)

▶ 답:

▷ 정답: 5.196

해설

$2 < x < \frac{25}{2}$ 에서 $a = 12$, $b = 3$ 이다.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} = 1.732 \text{ 이므로 } 3\sqrt{3} = 5.196$$

6. 다음 중 $\sqrt{4.3} = 2.074$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것을 골라라.

㉠ $\sqrt{0.043}$

㉡ $\sqrt{430}$

㉢ $\sqrt{0.43}$

㉣ $\sqrt{43000}$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{0.043} = \sqrt{\frac{4.3}{100}} = \frac{\sqrt{4.3}}{10} = \frac{2.074}{10} = 0.2074$$

$$\text{㉡ } \sqrt{430} = \sqrt{4.3 \times 10^2} = 10\sqrt{4.3} = 20.74$$

$$\text{㉢ } \sqrt{0.43} = \sqrt{\frac{43}{100}} = \frac{\sqrt{43}}{10}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{43000} = \sqrt{4.3 \times 10^4} = 100\sqrt{4.3} = 207.4$$

이므로 $\sqrt{4.3} = 2.074$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은 ㉣이다.

7. 다음 중 $\sqrt{23} = 4.796$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\sqrt{0.023}$

㉡ $\sqrt{230}$

㉢ $\sqrt{0.23}$

㉣ $\sqrt{23000}$

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $\sqrt{0.023} = \sqrt{\frac{2.3}{100}} = \frac{\sqrt{2.3}}{10}$

㉡ $\sqrt{230} = \sqrt{2.3 \times 10^2} = 10\sqrt{2.3}$

㉢ $\sqrt{0.23} = \sqrt{\frac{23}{100}} = \frac{\sqrt{23}}{10} = 0.4796$

㉣ $\sqrt{23000} = \sqrt{2.3 \times 10^4} = 100\sqrt{2.3}$

이므로 $\sqrt{23} = 4.796$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있는 것은 모두 1개이다.

8. 제곱근표에서 $\sqrt{1.7} = 1.304$, $\sqrt{17} = 4.123$ 일 때, $\sqrt{170}$ 의 값은?

① 0.4123

② 13.04

③ 41.23

④ 130.4

⑤ 412.3

해설

$$\sqrt{170} = \sqrt{1.7 \times 10^2} = 10 \sqrt{1.7} = 10 \times 1.304 = 13.04$$

9. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, $\sqrt{0.002}$ 의 값을 구하면?

① 44.72

② 0.1414

③ 0.4472

④ 0.04472

⑤ 0.01414

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{4.472}{100} = 0.04472$$

10. $x^4 - 5x^2 + 4$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x + 2$ ③ $x + 1$ ④ $x - 2$ ⑤ $x - 4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

11. $x^2 + 2xy + y^2 - 5x - 5y$ 를 인수분해하면?

- ① $(x+y)(x+y-5)$ ② $(x+y)(x+y-10)$
③ $(x-y)(x+y-5)$ ④ $(x-y)(x-y-5)$
⑤ $(x+y)(x-y+10)$

해설

$$(x+y)^2 - 5(x+y) = (x+y)(x+y-5)$$

12. $x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3$ 을 인수분해하면?

① $(x+1)(x+5y+3)$

② $(x-1)(x-5y+3)$

③ $(x-1)(x+5y-3)$

④ $(x-1)(x+5y+3)$

⑤ $(x+1)(x-5y-3)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 5xy + 2x - 5y - 3 \\ &= x^2 + (5y+2)x - (5y+3) \\ &= (x+5y+3)(x-1) \end{aligned}$$

13. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b + c = 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8 \\ &= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8) \\ &= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2) \\ &= (x - (y - 2))(x + (y + 4)) \\ &= (x - y + 2)(x + y + 4) \\ &\therefore a = 1, b = -1, c = 2 \\ &\therefore a + b + c = 2 \end{aligned}$$

14. $x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 3y + 2)(x + 3y + 4)$ ② $(x - 3y + 2)(x + 3y - 4)$
③ $(x + 3y + 2)(x + 3y - 4)$ ④ $(x - 5y + 2)(x + 3y - 4)$
⑤ $(x - 3y + 4)(x + 3y - 2)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 9y^2 - 2x + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - 9y^2 + 18y - 8 \\ &= x^2 - 2x - (9y^2 - 18y + 8) \\ &= x^2 - 2x - (3y - 2)(3y - 4) \\ &= \{x - (3y - 2)\} \{x + (3y - 4)\} \\ &= (x - 3y + 2)(x + 3y - 4) \end{aligned}$$

15. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x + y + 2$

② $3x - y + 2$

③ $x - y + 4$

④ $x - y + 2$

⑤ $x - 3y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - x + 5y - 6 \\ &= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6) \\ &= x^2 - x - (y - 3)(y - 2) \\ &= \{x + (y - 3)\} \{x - (y - 2)\} \\ &= (x + y - 3)(x - y + 2) \\ \therefore A &= x - y + 2 \end{aligned}$$

16. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x-2)(ax+by+c)$ 이다.
 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=5$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy - x - 6y - 2 \text{ 를 } x \text{ 에 관해 정리하면} \\ & x^2 + (3y-1)x - 2(3y+1) = (x-2)(x+3y+1) \\ \therefore & a=1, b=3, c=1 \\ \therefore & a+b+c=5 \end{aligned}$$

17. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

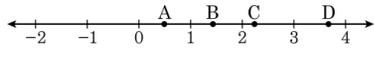
$$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$$

- ① $3 + \sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3} - 1$ ③ $1 + \sqrt{2}$
④ $\sqrt{3} - 2$ ⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
①과 ⑤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

18. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$$\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}, \sqrt{3} + 2, \sqrt{3} + 4, 4 - \sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B$$

$$-1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : \text{대응점 없음}$$

$$0 < 2 - \sqrt{2} < 1 : A$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D$$

$$5 < \sqrt{3} + 4 < 6 : \text{대응점 없음}$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C$$

$$\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$$

19. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x+y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ \sqrt{xy}

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

20. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{7} = b$ 라 할 때, $\sqrt{84}$ 를 a, b 를 사용하여 나타내면?

- ① \sqrt{ab} ② $2\sqrt{ab}$ ③ $4\sqrt{ab}$ ④ $2ab$ ⑤ $4ab$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{84} &= 2\sqrt{21} \\ &= 2\sqrt{3} \times \sqrt{7} = 2ab\end{aligned}$$

21. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{5} = b$ 일 때, $\sqrt{0.008} + \sqrt{300}$ 을 a , b 를 이용하여 나타내면?

- ① $5a + \frac{1}{10}b$ ② $5a + \frac{1}{20}b$ ③ $10a + \frac{1}{15}b$
④ $10a + \frac{1}{25}b$ ⑤ $15a + \frac{1}{20}b$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.008} &= \sqrt{\frac{80}{10000}} = \frac{\sqrt{80}}{100} \\ &= \frac{\sqrt{2^4 \times 5}}{100} = \frac{4\sqrt{5}}{100} = \frac{1}{25}b \\ \sqrt{300} &= \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a \\ \therefore \sqrt{0.008} + \sqrt{300} &= 10a + \frac{1}{25}b\end{aligned}$$

22. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

23. $3(3 - a\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{3} - 2\sqrt{6})$ 을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

- ① 2 ② -2 ③ 3 ④ -3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & 9 - 3a\sqrt{2} - 3a + 2\sqrt{18} \\ &= (9 - 3a) + (6 - 3a)\sqrt{2} \end{aligned}$$

유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.
 $\therefore 6 - 3a = 0, a = 2$

24. $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ 의 소수 부분을 b 라고 할 때,
 $2a+3b$ 의 값을 구하면? (단, $0 < b < 1$)

① $\sqrt{3}-3$

② $2\sqrt{3}-1$

③ $2\sqrt{3}-3$

④ $3\sqrt{3}-1$

⑤ $3\sqrt{3}-3$

해설

$$\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = 0 \quad \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$b = \sqrt{3}-1$$

$$2a+3b = 3(\sqrt{3}-1) = 3\sqrt{3}-3$$

25. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

- ① $a < b < c$ ② $b < a < c$ ③ $c < a < b$
④ $b < c < a$ ⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

26. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\ \therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

27. $a = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^2 - 2a + 3}{a - 1} &= \frac{(a^2 - 2a + 1) + 2}{(a - 1)^2 + 2} \\ &= \frac{a - 1}{(1 + \sqrt{2} - 1)^2 + 2} \\ &= \frac{1 + \sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2})^2 + 2} \\ &= \frac{2 + 2\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

28. $\sqrt{56 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1022

해설

$$\sqrt{56 \times a} = \sqrt{2^2 \times 14 \times a}$$

$$\therefore a = 14 \times x^2$$

$$100 \leq 14 \times x^2 < 1000$$

$$x^2 = 9, 16, 25, 36, 49, 64$$

$$a = 126, 224, 350, 504, 686, 896$$

가장 작은 세 자리의 수 : 126

가장 큰 세 자리의 수 : 896

$$126 + 896 = 1022$$

29. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 16$

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x-1)+p \\ &= (x^2+4x+3)(x^2+4x-5)+p \\ & x^2+4x=A \text{ 로 치환하면} \\ & (A+3)(A-5)+p=A^2-2A-15+p=(A-1)^2 \\ & -15+p=1 \\ & \therefore p=16 \end{aligned}$$

30. $50\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{55}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 50 \left\{ \left(1-\frac{1}{2}\right) \left(1+\frac{1}{2}\right) \right\} \left\{ \left(1-\frac{1}{3}\right) \left(1+\frac{1}{3}\right) \right\} \\ &\cdots \left\{ \left(1-\frac{1}{9}\right) \left(1+\frac{1}{9}\right) \right\} \left\{ \left(1-\frac{1}{10}\right) \left(1+\frac{1}{10}\right) \right\} \\ &= 50 \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \times \\ &\cdots \left(\frac{7}{8} \times \frac{9}{8} \right) \times \left(\frac{8}{9} \times \frac{10}{9} \right) \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} \\ &= \frac{55}{2} \end{aligned}$$