1. 다음 <보기> 중 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 서로 수직인 직선을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $y = 2x + 1$ ㉡ $y = -2(x - 1)$

㉢ $y = -2x + 3$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이므로

직선 $y \frac{1}{2}x + 1$ 과 수직인 직선의 기울기는 -2 이다.

기울기가 -2 인 직선은 ㉡, ㉢ 이다.

2. 직선 $x + ay - 1 = 0$이 직선 $3x + by + 1 = 0$과 수직이고, 직선 $x - (b+3)y + 1 = 0$과 평행일 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$x + ay - 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉠,

$3x + bx + 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉡

$x - (b-3)y + 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉢

㉠⊥㉡ : $1 \cdot 3 + a \cdot b = 0$에서 $ab = -3$

㉠ // ㉢ : $\frac{1}{1} = \frac{-(b+3)}{a} \neq \frac{1}{-1}$에서 $a + b = -3$

$\therefore\ a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$

3. 두 점 $\mathrm{A}(-1, 2)$, $\mathrm{B}(3, 0)$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x = 1$ ② $y = 1$ ③ $y = x + 1$

④ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = 2x - 1$

해설

$\mathrm{P}(x,\ y)$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BP}}$

즉, $\overline{\mathrm{AP}}^2 = \overline{\mathrm{BP}}^2$ 이므로

$(x+1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + y^2$

$\therefore\ y = 2x - 1$

4. $4x^2+4y^2-20x+9=0$의 중심의 좌표 C와 반지름 r을 구하면?

① $C\left(-\frac{5}{2},\ 0\right),\ r=2$

② $C\left(\frac{5}{2},\ 0\right),\ r=4$

③ $C\left(0,\ \frac{5}{2}\right),\ r=4$

④ $C\left(\frac{5}{2},\ 0\right),\ r=2$

⑤ $C\left(0,\ \frac{5}{2}\right),\ r=2$

해설

$4x^2+4y^2-20x+9=0$를 정리하면

$x^2+y^2-5x+\frac{9}{4}=0$

$\therefore\ \left(x-\frac{5}{2}\right)^2+y^2=4$

따라서 중심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$이며

반지름은 2이다.

5. 방정식 $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은?

① $b^2 = c$ ② $c^2 = b$ ③ $a^2 = c$

④ $c^2 = a$ ⑤ $b = 2c$

해설

y 축과의 공유점을 구하는 식은
$x = 0$ 으로부터 $y^2 + 2by + c = 0$
y 축에 접할 조건은 $D/4 = b^2 - c = 0$

6. 두 원 $(x-2)^2+y^2=10$, $x^2+y^2+y-5=0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x-2)^2+y^2=10$ 에서

$x^2+y^2-4x-6=0$ 이므로

두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은

$x^2+y^2-4x-6-(x^2+y^2+y-5)=0$

$4x+y+1=0, y=-4x-1$

$\therefore a=-4, b=-1$

$\therefore a+b=-4+(-1)=-5$