

1. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 4 일 때, $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

- ① $1, \frac{4}{5}$ ② $1, \frac{4}{25}$ ③ $2, \frac{1}{5}$ ④ 3, 4 ⑤ $4, \frac{1}{5}$

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 4$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 12$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 12$$

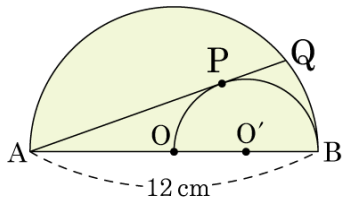
$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 87$$

따라서 $\frac{1}{5}x, \frac{1}{5}y, \frac{1}{5}z$ 의 평균은 $\frac{1}{3} \left(\frac{x}{5} + \frac{y}{5} + \frac{z}{5} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} (x+y+z) = 1$ 이고, 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{1}{5}x - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}y - 1 \right)^2 + \left(\frac{1}{5}z - 1 \right)^2 \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25}x^2 - \frac{2}{5}x + 1 + \frac{1}{25}y^2 - \frac{2}{5}y + 1 + \frac{1}{25}z^2 - \frac{2}{5}z + 1 \right) \\ &= \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{25}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{2}{5}(x+y+z) + 3 \right\} \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{25} \times 87 - \frac{2}{5} \times 15 + 3 \right) \\ &= \frac{4}{25} \end{aligned}$$

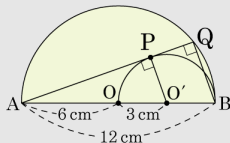
이다.

2. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O' 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O' 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



- ① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2 \text{ 이므로}$$

$$9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\text{cm}$$

$\angle APO' = 90^\circ$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90^\circ$

$$\therefore \triangle AO'P \sim \triangle ABQ$$

$$\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$$

$$6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$