

1. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5}\end{aligned}$$

2. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

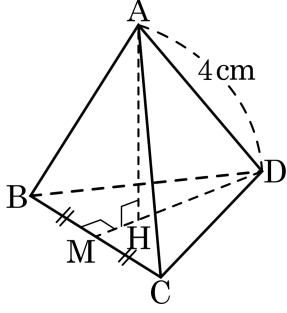
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 (6, 7, 10)

$\therefore$ (확률) = $\frac{1}{10}$

3. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4cm 인 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{DM}$ 의 길이, $\overline{DH}$ 의 길이, $\overline{AH}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



- ① $\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ② $\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ③ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ④ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.
 ⑤ $2\sqrt{3}\text{cm}$, $\frac{5\sqrt{3}}{3}\text{cm}$, $\frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}$.

해설

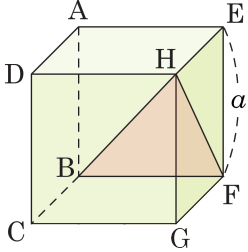
$$(\overline{CD})^2 = (\overline{MC})^2 + (\overline{DM})^2, (\overline{DM})^2 = 16 - 4 = 12, \overline{DM} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$

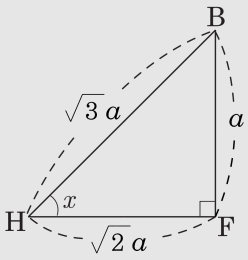
$$(\overline{AH})^2 = (\overline{AD})^2 - (\overline{DH})^2 = 16 - \frac{48}{9} = \frac{96}{9} = \frac{32}{3}, \overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}\text{cm}.$$

4. 다음 그림에서 정육면체의 한 변의 길이는 a 이다. $\angle BHF = \angle x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은? (단, $\overline{BH}$ 는 정육면체의 대각선이다.)

- ① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{8}}{3}$ ⑤ 1



해설



$$\overline{BH} = \sqrt{3}a, \overline{HF} = \sqrt{2}a, \cos x = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인
정사면체 A-BCD 에서 BC 의 중점을 E 라
하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?

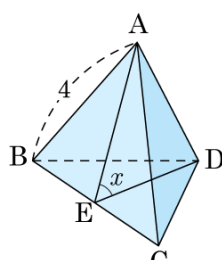
① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{16}$



해설

점 A 에서 밑면 $\triangle BCD$ 에 내린 수선의 발 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게
중심이 된다.

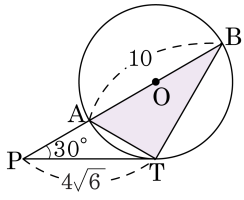
$$\therefore EH = \frac{1}{3}ED$$

$$\triangle DBC \text{ 에서 } ED = AE = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$EH = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AEH \text{ 에서 } \cos x = \frac{EH}{AE} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$$

6. 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 T라 하자. $\overline{PT} = 4\sqrt{6}$, $\overline{AB} = 10$, $\angle P = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이는?



- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $5\sqrt{2}$
 ④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}$ 의 길이를 x 라 하면

$$x(x+10) = 96$$

$$x^2 + 10x - 96 = 0$$

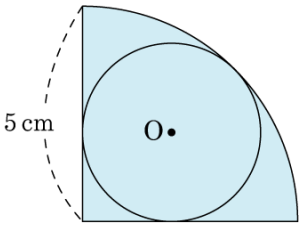
$$(x-6)(x+16) = 0$$

$$x = 6 \quad (\because x > 0)$$

따라서 $\triangle ATB$ 의 넓이는

$$\begin{aligned} \triangle BPT - \triangle APT &= \frac{1}{2} \times 16 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &= 16\sqrt{6} - 6\sqrt{6} \\ &= 10\sqrt{6} \end{aligned}$$

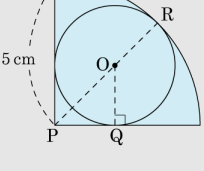
7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ③ $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$
 ④ $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ⑤ $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

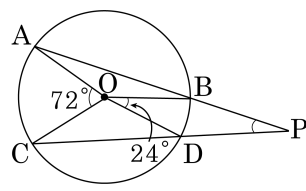
해설

원 O의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 한다.
 그림과 같이 보조선을 그으면



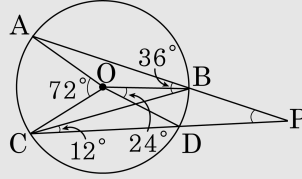
$$\begin{aligned} \overline{PR} &= \overline{PO} + \overline{OR} \\ \sqrt{2}x + x &= 5 \\ (\sqrt{2} + 1)x &= 5 \\ x &= 5(\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 점 P는 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72^\circ$, $\angle BOD = 24^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



- ① 20° ② 22° ③ 23° ④ 24° ⑤ 25°

해설



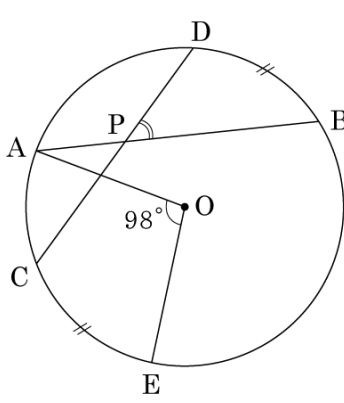
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ, \angle BCD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC$ 이므로

$$36^\circ = 12^\circ + \angle BPC$$

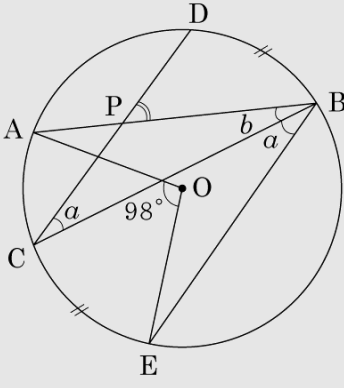
$$\therefore \angle BPC = 24^\circ$$

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5.0\text{pt}\widehat{CE}$ 이고, $\angle AOE = 98^\circ$ 일 때, $\angle DPB$ 의 크기는?



- ① 45° ② 46° ③ 47° ④ 48° ⑤ 49°

해설



$\angle CBE = a$, $\angle ABC = b$ 라고 하면,
 $a + b = \angle ABE = \frac{1}{2}\angle AOE = 49^\circ$
 $\angle CBE = \angle BCD$ 이므로
 $\triangle BCP$ 에서 $\angle BPD = a + b = 49^\circ$