

1. 직선 $y = -2x + 4$ 에 평행하고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x + 1$

② $y = -2x - \frac{1}{2}$

③ $y = -2x - 2$

④ $y = -2x + 1$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 직선이 평행하므로 기울기가 같고 구하고자 하는 직선의 기울기는 -2

따라서 기울기가 -2 이고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 3 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 1$$

2. 두 점 $(3, 2)$, $(3, 10)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = 3$

③ $x = 10$

④ $y = 3$

⑤ $y = 10$

해설

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

i) $x_1 \neq x_2$ 일 때, $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

ii) $x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$

두 점 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 를 지나는 직선의 방정식은

$x_1 = x_2$ 일 때, $x = x_1$ 이므로

두 점 $(3, 2)$, $(3, 10)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$\therefore x = 3$

3. 두 점 A(-3, 6), B(2, -3)을 잇는 선분 AB가 x 축과 만나는 교점을 P라 할 때, 점 P의 좌표는?

- ① P(1, 0) ② P($\frac{1}{2}$, 0) ③ P($-\frac{1}{2}$, 0)
④ P($-\frac{1}{3}$, 0) ⑤ P($\frac{1}{3}$, 0)

해설

$$y - 6 = \frac{-3 - 6}{2 - (-3)}(x + 3), y = -\frac{9}{5}x + \frac{3}{5}$$

$\therefore y = 0$ 일 때

$$x = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } P\left(\frac{1}{3}, 0\right)$$

4. 세 점 $(0, 2)$, $(3, 8)$, $(a, 3a)$ 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

세 점 $A(0, 2)$, $B(3, 8)$, $C(a, 3a)$ 로 놓으면

직선 AB의 기울기 : $\frac{8-2}{3-0} = 2$

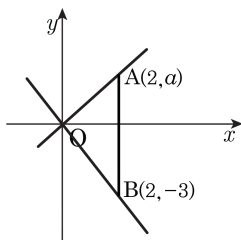
직선 BC의 기울기 : $\frac{3a-8}{a-3}$

한편, 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있으므로
직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 서로 같다.

$$\frac{3a-8}{a-3} = 2, \quad 3a-8 = 2a-6$$

$$\therefore a = 2$$

5. 다음 그림과 같이 원점과 점 $A(2, a)$ 를 지나는 직선의 기울기를 m_1 , 원점과 점 $B(2, -3)$ 을 지나는 직선의 기울기를 m_2 라 하자. $m_1 \times m_2 = -1$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{2}{3}$
④ $\frac{5}{3}$

② $\frac{3}{2}$
⑤ $\frac{5}{2}$

③ $\frac{4}{3}$

해설

$$m_1 = \frac{a}{2}, m_2 = -\frac{3}{2}$$

$$m_1 \times m_2 = \frac{a}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 \text{ 이므로,}$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}$$

6. 세 직선 $l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0, n : x - 2y + 3 = 0$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

㉠ $l // m$

㉡ $m \perp n$

㉢ $l \perp n$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{1}{2}$$

$$n : x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{에서}$$

두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱이

$$(-2) \times \frac{1}{2} = -1 \text{이므로}$$

l 과 n 은 서로 수직이다.

즉, $l \perp n$ 한편, 기울기가 같은 직선은 없으므로 서로 평행한 직선은 없다.

따라서 옳은 것은 ㉢ 뿐이다

7. 다음은 두 직선 $x + y - 2 = 0, mx - y + m + 1 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

증명

$$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 m 에 대하여 정리하면

$(x+1)m - (\textcircled{㉠}) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $\textcircled{㉡}$ 을 지난다.

(i) ㉡이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{㉢}$

(ii) ㉡이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{㉣}$

따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서 $\textcircled{㉤}$

① $y - 1$

② $(-1, 1)$

③ 1

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

해설

$$x + y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$mx - y + m + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 m 에 대하여 정리하면

$(x+1)m - (y-1) = 0$ 에서 이 직선은 m 의 값에 관계없이 정점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면

(i) ㉡이 점 $(0, 2)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{1}$

(ii) ㉡이 점 $(2, 0)$ 를 지날 때, $m = \textcircled{-\frac{1}{3}}$

(i), (ii)에서 $\textcircled{-\frac{1}{3} < m < 1}$

8. 두 직선 $3x + 2y + 1 = 0$, $x + 3y - 2 = 0$ 의 교점과 직선 $3x - y + 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{\sqrt{7}}{5}$

② $\frac{\sqrt{10}}{5}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{15}}{5}$

해설

$$3x + 2y + 1 = 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x + 3y - 2 = 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 3 \text{에서 } -7y + 7 = 0$$

$$\therefore y = 1, x = -1$$

따라서, 교점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.

점 $(-1, 1)$ 과 직선 $3x - y + 2 = 0$

사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|3 \times (-1) - 1 + 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

9. 두 점 $A(-3, -2)$, $B(1, 1)$ 로부터 같은 거리에 있는 점 P 의 자취의 방정식을 구하면?

① $x + 2y + 3 = 0$

② $2x + y + 3 = 0$

③ $4x - 6y + 15 = 0$

④ $4x + 6y + 7 = 0$

⑤ $8x + 6y + 11 = 0$

해설

$P(x, y)$ 라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$

즉, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$$

$$\therefore 8x + 6y + 11 = 0$$

10. 중심이 $(2, -1)$ 이고, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원의 방정식은?

① $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$

② $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

③ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

④ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2$

해설

중심이 $(2, -1)$, $r : \sqrt{5}$ 인 원

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

11. 방정식 $2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y + 3 = 0$ 은 원을 나타낸다. 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$

② 4

③ $\sqrt{2}$

④ 1

⑤ 3

해설

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2(y^2 - 2y + 1 - 1) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x + 1)^2 + 2(y - 1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{반지름 길이 } \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

12. 방정식 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은? (단, a, b, c 는 모두 0 이 아니다.)

① $b^2 - 4c = 0$

② $b^2 + 4c = 0$

③ $a^2 - 4c = 0$

④ $a^2 + b^2 - 4c = 0$

⑤ $a^2 + b^2 + 4c = 0$

해설

주어진 방정식과 y 축과의 교점을 구하려면,
주어진 방정식에 $x = 0$ 을 대입하면 되므로

$$y^2 + by + c = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{7}$$

원이 y 축과 접하려면 $\textcircled{7}$ 의

식이 중근을 가져야 하므로 판별식 $D = 0$

$$\therefore D = b^2 - 4c = 0$$

13. 두 원 O_1 , O_2 의 중심거리가 $d = 7$ 이고, 그 각각 반지름의 길이 r_1 , r_2 가 2, 5일 때, 두 원은 어떤 위치관계에 있는가?

① 외접한다.

② 내접한다.

③ 두 점에서 만난다.

④ 만나지 않는다.

⑤ 네 점에서 만난다.

해설

$d = r_1 + r_2$ 이므로 두 원은 외접한다.

14. 두 원 $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$, $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$ 의 공통현이 직선 $y = -3x - 1$ 과 직교할 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$$2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$$

$$\text{즉, } 4x + (4 - a)y - 4 = 0 \dots\dots \text{㉠}$$

직선 ㉠과 직선 $y = -3x - 1$ 은 직교하므로

$$\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1 \text{ 에서 } a = 16$$

15. 다음은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, k 의 값의 범위를 구하는 과정이다. (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

$$x^2 + y^2 = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = 2x + k \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하여 식을 정리하면

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 1 = 0 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠과 ㉡이 서로 만나지 않으려면

$$D = (4k)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (k^2 - 1)$$

(가) 0

k^2 (나) 5 $\therefore$ (다)

① (가):> , (나):< , (다):- $\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

② (가):= , (나):= , (다): $k = \pm \sqrt{5}$

③ (가):> , (나):< , (다):- $\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

④ (가):> , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

⑤ (가):< , (나):> , (다): $k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$

해설

(가): 원과 직선이 만나지 않으면 판별식이 0보다 작다.

(나): 판별식을 정리하면, $k^2 > 5$

(다): $k^2 - 5 > 0 \Rightarrow k > \sqrt{5}$ 또는 $k < -\sqrt{5}$