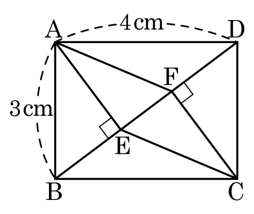
1. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 의 넓이는?



① $\frac{8}{5}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{84}{25}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\,\mathrm{cm}^2$

④ $11\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\mathrm{cm})$

$5 \times \overline{\mathrm{AE}} = 3 \times 4$

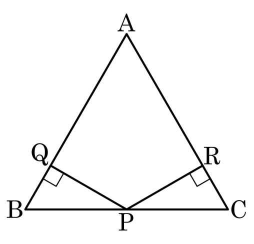
$\therefore \overline{\mathrm{AE}} = \frac{12}{5}\ \mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = 5 - 2 \times \frac{9}{5} = \frac{7}{5}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \square\mathrm{AECF} = \frac{12}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{84}{25}(\mathrm{cm}^2)$

2. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\overline{PQ}+\overline{PR}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$　② $2\sqrt{5}$　③ $5\sqrt{2}$　④ 6　⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$

$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2 = 10 \times \overline{PQ} \times \frac{1}{2} = 5\overline{PQ}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3 = 10 \times \overline{PR} \times \frac{1}{2} = 5\overline{PR}$

$S_1 = S_2 + S_3$ 이므로 $25\sqrt{3} = 5\overline{PQ} + 5\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ}+\overline{PR} = 5\sqrt{3}$

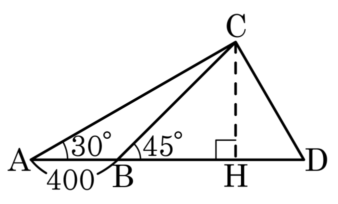
3. 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{AB}=400$, $\angle A=30°$, $\angle CBH=45°$

㉡ $\overline{CH}\perp\overline{AH}$

① $50(\sqrt{3}+1)$ ② $100(\sqrt{3}+1)$ ③ $200(\sqrt{3}+1)$

④ $300(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

$\overline{CH}=x$라 하면 $\overline{BH}=x$

$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$

$x:(400+x)=1:\sqrt{3}$

$400+x=\sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x=400$

$x=200(\sqrt{3}+1)$

5. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$　② $(0, -4)$　③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$　⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

6. 좌표평면 위의 두 점 A$(-2,\ 1)$, B$(1,\ 4)$ 에 대하여 $\overline{AP}=\overline{BP}$, $\angle APB=90°$ 가 되도록 점 P 를 잡을 때, $\triangle APB$ 의 둘레의 길이는?

① $3+\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ 6
④ $6+3\sqrt{2}$ ⑤ $6+6\sqrt{2}$

해설
$\overline{AB}=\sqrt{(1+2)^2+(4-1)^2}=3\sqrt{2}$
$\angle APB$가 직각이고 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로
$\triangle APB$는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AP}=\overline{BP}=x$ 라 하면,
$x^2+x^2=(3\sqrt{2})^2$ $\therefore x=3$
$\therefore$ $\triangle ABP$ 의 둘레는 $3+3+3\sqrt{2}=6+3\sqrt{2}$

7. 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2+2x-1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$y=-\frac{1}{4}x^2+2x-1$

$y=-\frac{1}{4}(x-4)^2+3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$=\ \sqrt{(4-0)^2+(3-0)^2}=5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $=1$

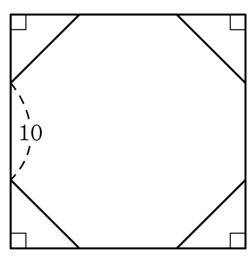
꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

$=\ \sqrt{(4-0)^2+\{3-(-1)\}^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$=6+4\sqrt{2}$ 이므로

$a+b+c$ 의 값은 12 이다.

8. 다음 그림과 같이 정사각형의 판자의 네 귀를 잘라 내어 한 변의 길이가 10 인 정팔각형을 만들었을 때, 정팔각형의 넓이는?



① $100+100\sqrt{2}$　② $100+200\sqrt{2}$

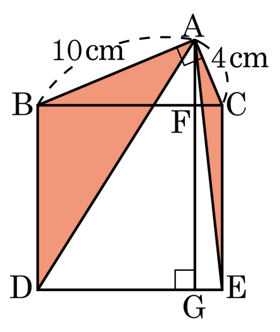
③ $200+100\sqrt{2}$　④ $200+200\sqrt{2}$

⑤ $200+200\sqrt{3}$

해설

잘라낸 판자의 변의 길이는 각각 $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10이다. $(10+10\sqrt{2})^2-4\times(5\sqrt{2})^2\times\frac{1}{2}=200+200\sqrt{2}$

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 56cm^2　　② 57cm^2　　③ 58cm^2

④ 59cm^2　　⑤ 60cm^2

해설

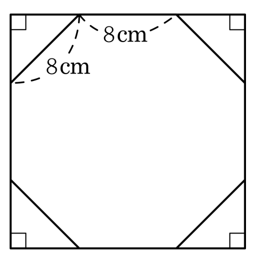
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116}(\text{cm})$

($\triangle ABD$의 넓이) = ($\triangle BDF$의 넓이)

($\triangle AEC$의 넓이) = ($\triangle FEC$의 넓이)

(색칠한 부분의 넓이) $= \triangle BDF + \triangle FEC = \frac{1}{2}(\square BDEC) = 58(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이를 네 모퉁이를 잘라 내어 한 변의 길이가 8 cm 인 정팔각형을 만들었다. 처음의 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



① $(4+4\sqrt{2})$ cm　② $(4+8\sqrt{2})$ cm

③ $(6+8\sqrt{2})$ cm　④ $(8+\sqrt{2})$ cm

⑤ $(8+8\sqrt{2})$ cm

해설

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360°}{8}=45°$

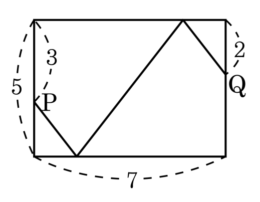
잘라낸 부분은 직각이등변삼각형

$x:8=1:\sqrt{2}$

$x=4\sqrt{2}$

$\therefore (8+8\sqrt{2})$ cm

11. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 상자에서 개미가 입구 P 를 출발하여 다음 그림과 같이 움직여 출구 Q 로 빠져 나왔다. 이 때, 개미가 지나간 최단 거리는?



① $\sqrt{70}$　　② $\sqrt{105}$　　③ $\sqrt{130}$

④ $2\sqrt{35}$　　⑤ $5\sqrt{5}$

해설

그림에서 점 Q 를 선분에 대칭이동한 점을 Q′ , 점 P 를 선분에 대칭이동한 점을 P′ 라 하면

$\overline{BQ} = \overline{BQ'}$, $\overline{AP} = \overline{AP'}$ 이므로 P $\to$ A $\to$ B $\to$ Q로 가는 경로의 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$ 과 같다.

$\therefore$ 최단 거리$= \overline{P'Q'} = \sqrt{7^2+9^2} = \sqrt{130}$ 이다.