

1. 다음 중 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{5} - 1$

② $2\sqrt{5}$

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2}$

⑤ 4

해설

$$2\sqrt{5} = \sqrt{20}, \sqrt{5} < \frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2} < \sqrt{10}$$

2. $3\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} - \sqrt{72}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{3\sqrt{10}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} - \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2} \\&= \frac{3 \times 5 \times \sqrt{2}}{5} - 6\sqrt{2} \\&= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \\&= -3\sqrt{2}\end{aligned}$$

3. $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}(2-4\sqrt{3})}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - (\sqrt{2}-2\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &a = -7, \quad b = 4 \\ &\therefore ab = -28 \end{aligned}$$

4. $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$ 의 분모를 유리화할 때, 다음 중에서 어떤 수를 분모, 분자에 곱하면 가장 편리한가?

① $\sqrt{3}$

② $2 - \sqrt{3}$

③ -2

④ $2 + \sqrt{3}$

⑤ $-2 + \sqrt{3}$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}+2} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 은?

① -9

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 13

해설

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 4 = 5$$

6. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{64a^2}$ 을 간단히 한 것으로 옳은 것을 고르면?

① $-64a^2$

② $-8a$

③ $8a$

④ $8a^2$

⑤ $64a^2$

해설

$8a < 0$ 이므로

$$\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = -(8a) = -8a$$

7. $\sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 42

해설

$\sqrt{294a} = \sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 이 정수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 $a = 2 \times 3 \times k^2$ 이 되어야 한다.
∴ 가장 작은 자연수 a 는 $k = 1$ 일 때이므로 $a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 순환소수는 유리수이다.
- ② 유한소수는 유리수이다.
- ③ 무한소수는 무리수이다.
- ④ 원주율과 $\sqrt{1000}$ 은 무리수이다.
- ⑤ 무리수는 실수이다.

해설

③ 순환하는 무한소수는 유리수이다.

9. 다음 중 그 값이 가장 작은 것을 a , 절댓값이 가장 큰 것을 b 라고 할 때, a, b 를 올바르게 구한 것은?

㉠ $\sqrt{24} \div \sqrt{6}$

㉡ $-\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

㉢ $8 \div \sqrt{32}$

㉣ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$

㉤ $(-\sqrt{6}) \div (-\sqrt{2})$

- ① $a : 8 \div \sqrt{32}, b : \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}$
- ② $a : \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}}, b : -\sqrt{6} \div -\sqrt{2}$
- ③ $a : \sqrt{24} \div \sqrt{6}, b : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$
- ④ $a : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}, b : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$
- ⑤ $a : \sqrt{24} \div \sqrt{6}, b : -\sqrt{6} \div -\sqrt{2}$

해설

㉠ $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{4}$

㉡ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{9}} = \sqrt{2}$

㉢ $8 \div \sqrt{32} = \sqrt{2}$

㉣ $-\sqrt{21} \div \sqrt{3} = -\sqrt{7}$

㉤ $-\sqrt{6} \div -\sqrt{2} = \sqrt{3}$

따라서 가장 작은 값은 $a : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$, 절댓값이 가장 큰 값은 $b : -\sqrt{21} \div \sqrt{3}$

10. $\sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50}$ 을 $a\sqrt{3}+b\sqrt{2}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① -21

② -1

③ 4

④ 9

⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50} \\ &= 4\sqrt{3}-16\sqrt{2}+6\sqrt{3}+5\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{3}-11\sqrt{2} \\ & a=10, b=-11 \\ & \therefore a+b=-1 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

12. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2 이다.

13. $\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1}$ 을 계산하면?

- ① 1920 ② 1909 ③ 1998 ④ 1892 ⑤ 2000

해설

$x = 1999$ 라 하면,

$$\begin{aligned}\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1} &= \frac{x^3 - 1}{x(x+1) + 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \\ &= x - 1 \\ &= 1998\end{aligned}$$

14. x 에 관한 3차식 $x^3+px^2-q^2$, $x^3-(3q-p)x+2(q-1)$ 의 최대공약수가 $x-1$ 일 때, pq 의 값을 구하면?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$f(x) = x^3 + px^2 - q^2$,
 $q(x) = x^3 - (3q - p)x + 2(q - 1)$ 라 놓으면
최대공약수가 $x - 1$ 이므로
 $f(1) = 1 + p - q^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $g(1) = 1 - (3q - p) + 2(q - 1) = 0$ 에서
 $p - q - 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $q^2 - q - 2 = 0$, $(q - 2)(q + 1) = 0$
(i) $q = 2$ 일 때, $\textcircled{2} \Rightarrow p = 3$
 $f(x) = (x - 1)(x + 2)^2$, $g(x) = (x - 1)^2(x + 2)$
 $\therefore G.C.D$ 가 $x - 1$ 이라는 것에 모순
(ii) $q = -1$ 일 때, $\textcircled{2} \Rightarrow p = 0$
 $f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$,
 $g(x) = (x - 1)(x^2 + x + 4)$
 $\therefore G.C.D$ 는 $x - 1$
 $\therefore pq = 0$

15. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = x^2 + ax + 2$, $B = x^2 + bx + c$ 이고 A, B 의 최대공약수가 $x + 1$, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은 ?

① -1

② 0

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$A = m(x + 1)$, $B = n(x + 1)$ 이라 놓으면

$$mn(x + 1) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$\therefore mn = x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$$

$$\therefore m = x + 2, n = x - 1 \text{ 또는 } m = x - 1, n = x + 2$$

$$A = (x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

$$B = (x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$$

$$\text{여기서, } a = 3, b = 0, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

16. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B 라고 하면

$$A + B = (a + b)G, L = abG,$$

즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$$

$$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$$

$$\therefore G = x - 3$$

17. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{30}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ -2

④ 2

⑤ 0

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$f(i) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{30} = (-i)^{30} = (i^4)^7 i^2$$

$$= -1f(-i) = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{30} = i^{30}$$

$$= (i^4)^7 i^2 = -1$$

$$\therefore f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i) = -1 - 1 = -2$$

18. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$)

- $\textcircled{\tiny \neg}$ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

$\textcircled{\tiny \cup}$ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

$\textcircled{\tiny \ominus}$ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이고 $\beta = 0$ 이다.

$\textcircled{\tiny \oplus}$ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이고 $\beta = 0$ 이다.

- ① $\textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \ominus}$

② $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \ominus}$

③ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \oplus}$

④ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}$

⑤ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \cup}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \oplus}$
- 해설

$\alpha = a + bi, \beta = a - bi$ (a, b 는 실수)
 $\textcircled{\tiny \neg} \alpha + \beta = 2a, \alpha\beta = a^2 + b^2$
 $\textcircled{\tiny \cup} \alpha\beta = 0, a^2 + b^2 = 0, a = 0, b = 0$
 $\textcircled{\tiny \ominus}$ (반례) $\alpha = 1, \beta = i$
 $\textcircled{\tiny \oplus}$ (반례) $\alpha = 1, \beta = i$

19. $\bar{z} = -z$ 를 만족하는 z 에 대하여 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$\bar{z} = -z$ 이므로 $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$, $2a = 0$

따라서 $a = 0$ 이므로 $z = bi$

$z = bi$ 를 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi}, \bar{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\begin{aligned}\therefore \bar{w} &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1\end{aligned}$$

20. 다음 등식을 만족하는 실수 x 의 값을 a , y 의 값을 b 라 할 때, $a+2b$ 의 값을 구하여라.

(단, $\overline{x+yi}$ 는 $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

$$\overline{(x+yi)}=\frac{5(1-i)}{2+i}=1-3i$$

$$x+yi=1+3i$$

$$a=1, \quad b=3$$

$$\therefore a+2b=7$$

21. 양의 실수 a, b 에 대하여 x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + 2(b+i)x + 1 + 2i = 0$ 의 두 근이 서로 같을 때, $a + b$ 의 값은?

① $1 + \sqrt{5}$

② $1 - \sqrt{5}$

③ $2 + \sqrt{3}$

④ $2 - \sqrt{3}$

⑤ $1 + \sqrt{3}$

해설

복소계수 이차방정식에서도 중근을 가질 조건은 $D = 0$ 이다.

$ax^2 + 2(b+i)x + 1 + 2i = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (b+i)^2 - a(1+2i) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$(b^2 - 1 - a) + (2b - 2a)i = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

a, b 가 실수이므로 $\textcircled{1}$ 에서

$$b^2 - 1 - a = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$2b - 2a = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ 에서 $a = b$

$a = b$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$b^2 - 1 - b = 0, \quad b^2 - b - 1 = 0$$

$$\therefore b = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

그런데 a, b 가 양의 실수이므로

$$a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \quad b = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore a + b = 1 + \sqrt{5}$$

22. 갑, 을 두 학생이 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 푸는데, 갑은 이차항의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $1 \pm \sqrt{6}$ 을 얻었고, 을은 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $-\frac{1}{3}, 1$ 을 얻었다. 이 이차방정식의 올바른 근을 구하여 더하면 얼마인가?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

먼저 갑이 푼 이차식의 형태를 알아보자.

갑이 푼 이차식을 $a'x^2 + bx + c = 0$ 라 하면

$$-\frac{b}{a'} = 1 + \sqrt{6} + 1 - \sqrt{6} = 2,$$

$$\frac{c}{a'} = (1 + \sqrt{6})(1 - \sqrt{6}) = -5 \text{ 이므로}$$

갑이 푼 이차식은 위의 값들을 대입해 정리하면

$x^2 - 2x - 5 = 0$ 의 실수배 형태인 것을 알 수 있다.

같은 방법으로 을이 푼 이차식을 알아보면

$$-\frac{b}{a} = \frac{2}{3}, \frac{c'}{a} = -\frac{1}{3} \text{ 으로}$$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 실수배임을 알 수 있다.

b 값은 둘 다 잘못보고 풀지 않았는데 구한 식의 원형 2개가 b 값이 일치하므로

$a = 3, c = -5$ 임을 알 수 있고 b 는 -2 임을 알 수 있다.

따라서 원래 식에서 두 근의 합은 $\frac{2}{3}$ 이다.

23. 이차함수 $y = -x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 만나지 않도록 하는 k 값의 범위를 구하면?

① $-8 < k < -1$

② $-8 < k < 0$

③ $-6 < k < 1$

④ $-6 < k < 2$

⑤ $-6 < k < 2$

해설

두 함수가 만나지 않으려면
두 식을 연립하였을 때 판별식이
0보다 작아야 한다.
 $\Rightarrow -2x + 1 = -x^2 + kx + k$
 $\Rightarrow x^2 - (k + 2)x + 1 - k = 0$
 $D = (k + 2)^2 - 4(1 - k) < 0$
 $k^2 + 8k < 0$
 $\Rightarrow -8 < k < 0$

24. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 6$ 의 그래프를 x 축으로 2 만큼, y 축으로 -3 만큼 평행이동한 포물선의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$y = x^2 + 4x + 6 = (x + 2)^2 + 2$$

$$y + 3 = (x + 2 - 2)^2 + 2$$

$$y = x^2 - 1$$

따라서 $x = 0$ 일 때 최솟값은 -1 을 갖는다.

25. x 의 값의 범위가 $2 \leq x \leq 4$ 인 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$y = -2x^2 + 4x + 1 = -2(x - 1)^2 + 3$ 이므로
 $2 \leq x \leq 4$ 에서 $x = 2$ 일 때 최댓값 1,
 $x = 4$ 일 때 최솟값 -15 를 가진다.
따라서 최댓값과 최솟값의 합은 $1 + (-15) = -14$