1. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2 , 8 과 4 의 최대공약수는 4 , 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 $2, 4, 6$ 은 8 과 서로소가 아니다.
따라서 8 과 서로소인 수는 $3, 5, 7$ 이다.

2. 다음 보기의 수들의 최대공약수를 차례대로 올바르게 구한 것은?

보기

㉠ $32, 120, 144$ ㉡ $18, 126, 150$ ㉢ $24, 60, 168$

① $4, 6, 8$ ② $6, 12, 24$ ③ $8, 6, 12$

④ $8, 12, 24$ ⑤ $12, 6, 12$

해설

㉠
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 32 & 120 & 144 \\ \hline 2 & 16 & 60 & 72 \\ \hline 2 & 8 & 30 & 36 \\ \hline & 4 & 15 & 18 \end{array}$$

최대공약수 : 8

㉡
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 18 & 126 & 150 \\ \hline 3 & 9 & 63 & 75 \\ \hline & 3 & 21 & 25 \end{array}$$

최대공약수 : 6

㉢
$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 60 & 168 \\ \hline 2 & 12 & 30 & 84 \\ \hline 3 & 6 & 15 & 42 \\ \hline & 2 & 5 & 14 \end{array}$$

최대공약수 : 12

따라서 차례대로 쓴 것은 $8, 6, 12$ 이다.

3. 소인수분해를 이용하여 15 와 21 의 최소공배수를 구하면?

① 80 ② 82 ③ 95 ④ 105 ⑤ 120

해설

$15 = 3 \times 5,\ 21 = 3 \times 7$

최소공배수 : $3 \times 5 \times 7 = 105$

4. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 5$, $2^a \times 5^2$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이고
$2^3 \times 3^4 \times 5$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
$2^a \times 5^2$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$

5. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.
⑤ 12 는 24 의 약수이다.

6. 두 수 $2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$의 최대공약수는?

① 2×3 ② 2×5 ③ 3×5

④ $2^2 \times 3$ ⑤ 2×3^2

해설

$2^2 \times 3, 2 \times 3^3 \times 5$의 최대공약수는 2×3이다.

7. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a+b-c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
$13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a+b-c = 5$ 이다.

8. 다음 중 18 , $2^2 \times 5$, $3^2 \times 5$ 의 공배수 중 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 360

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이므로, 400 에 가장 가까운 공배수는 360 이다.

9. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3 개이다.

10. 세 자연수 $7\times x$, $4\times x$, $10\times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$7\times x$, $4\times x = 2^2\times x$, $10\times x = 2\times 5\times x$ 의 최소공배수는
$2^2\times 5\times 7\times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

11. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명　② 14 명　③ 12 명　④ 6 명　⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2,\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5,\ 72 = 2^3 \times 3^2$

$36,\ 60,\ 72$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

12. 어떤 수로 70 을 나누면 나누어 떨어지고, 24 를 나누면 4 가 모자라고, 43 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

어떤 수는 70, $24 + 4 = 28$, $43 - 1 = 42$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 14 이다.

13. 주영이는 6 일에 한 번씩 수영장에 가고 선화는 4 일에 한 번씩 수영장에 간다고 한다. 두 사람이 올해 1 월 12 일에 수영장에서 처음 만났다면 올 해 몇 번 더 만날 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 29번

해설

6 과 4 의 최소공배수가 12 이므로 12 일마다 수영장에서 만나게 된다.

$365 \div 12 = 30 \cdots 5$

1 년에 30 번 만나게 되므로 앞으로 29 번 더 만날 수 있다.

14. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

① 4 바퀴　② 5 바퀴　③ 6 바퀴　④ 7 바퀴　⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ A 가 돈 회수는 $\dfrac{144}{36} = 4$(바퀴) 이다.

15. 가로가 18cm, 세로가 12cm 인 직사각형 모양의 종이가 여러 장 있다. 이 종이들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형의 모양을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 종이는 모두 몇 장이 필요한지 구하여라.

▶ 답 : _______ 장

▷ 정답 : 6 장

해설

$$\begin{array}{r|rr} 6 & 18 & 12 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

한 변의 길이가 $36\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 모양을 만들어야 하므로 $3 \times 2 = 6$ (장) 이 필요하다.

16. 세 자연수 3, 4, 5 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 모두 2인 자연수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 122

해설

구하는 수는 (3, 4, 5의 공배수) + 2
3, 4, 5 의 최소공배수는 60 이고 60 의 배수는
60, 120, 180, $\cdots$ 이다.
따라서 가장 작은 세 자리의 수는
$120 + 2 = 122$ 이다.

17. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2 \times 3^2 \times 5, \quad 2 \times 3 \times 7$

① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$

② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

③ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$

④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$\begin{array}{l} 2 \times 3^2 \times 5 \\ 2 \times 3 \qquad\quad \times 7 \\ \hline 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630 \end{array}$$

최대공약수 : 2×3

최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

18. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

① 358　② 409　③ 421　④ 462　⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L 이라 하면
$A \times B = L \times G$ 이므로
$A \times B = 11 \times 42$ 이다.
$\therefore\ A \times B = 462$

19. $\dfrac{18}{n}$ 과 $\dfrac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$\dfrac{18}{n}$, $\dfrac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는18과 24의 최대공약수인 6 이다.

20. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{32}{7}$ ② $\frac{36}{7}$ ③ $\frac{40}{7}$ ④ $\frac{41}{7}$ ⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$a = 40,\ b = 7$ 이므로 $\frac{a}{b} = \frac{40}{7}$

21. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.

㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.

㉢ 공약수가 1 인 두 자연수는 서로소이다.

㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7 과 서로소인 소수는 5 개이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ 반례 : 8 과 25 는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
㉢ 1 은 모든 두 자연수의 공약수이다.

22. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18
18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.
4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

23. 가로의 길이가 90cm, 세로의 길이가 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 한 큰 타일을 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가?

① 18cm, 35 개　② 12cm, 35 개　③ 18cm, 40 개

④ 12cm, 40 개　⑤ 15cm, 30 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 할 때,

$90 = x \times \square,\ 144 = x \times \triangle$

x 는 90 과 144 의 최대공약수

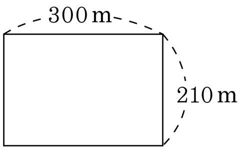
$90 = 2 \times 3^2 \times 5,\ 144 = 2^4 \times 3^2$

$\therefore\ x = 2 \times 3^2 = 18\ (\mathrm{cm})$

$90 = 18 \times 5,\ 144 = 18 \times 8$이므로

필요한 타일의 개수는 $\therefore\ 5 \times 8 = 40$ (개)

24. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 $300\,\mathrm{m}$, 세로의 길이가 $210\,\mathrm{m}$ 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루

④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 $30\,\mathrm{m}$ 라 할 때,

가로 $300 = 30$ (m) $\times 10$ (그루)

세로 $210 = 30$ (m) $\times 7$ (그루)

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$(10 + 7) \times 2 = 34$ (그루)

25. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$