

1. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 201

해설

어떤 수를  $x$  라 하고 몫을  $k$  라 하면  $x = 13 \times k + 6$  이다.  
 $k = 15$  일 때,  $x = 13 \times 15 + 6 = 201$  이고  $k = 16$  일 때,  
 $x = 13 \times 16 + 6 = 214$  이다.  
따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

2. 두 자연수  $x, y$  가 있다.  $x$  를  $y$  로 나누었더니 몫이 18, 나머지가 3 이었다.  $x$  를 9 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$x = 18 \times y + 3 = 9 \times 2 \times y + 3$  이다. 따라서 9 로 나누었을 때의 나머지는 3 이다.

3. 두 자연수  $x, y$  가 있다.  $x$  를  $y$  로 나누었더니 몫이 16, 나머지가 4 이었다.  $x$  를 8로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 16 \times y + 4 = 8 \times y \times 2 + 4$  이다. 따라서 8 로 나누었을 때의 나머지는 4 이다.

4. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉡, ㉣    ④ ㉡, ㉣    ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠  $5^2 = 25$
- ㉡  $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$
- ㉢  $2^4 = 4^3$
- ㉣  $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$
- ㉤  $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉠, ㉤    ④ ㉡, ㉢    ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉢  $2^4 \neq 4^3$
- ㉣  $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 83 은 소수이다.
- ② 모든 합성수는 약수가 2 개이다.
- ③ 1 은 소수이다.
- ④ 15 이하의 소수의 개수는 6 개이다.
- ⑤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

- ② 모든 합성수는 약수가 3 개 이상이다.
- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 소수가 아닌 자연수는 1, 합성수이다.

7. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

- ①  $12 = 5 + 7$       ②  $14 = 3 + 11$       ③  $16 = 5 + 11$   
④  $18 = 7 + 11$       ⑤  $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은  $20 = 9 + 11$  이다.

8. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

- ①  $2^3 \times 6 \times 7$       ②  $2^2 \times 3 \times 7^2$       ③  $2^4 \times 3 \times 7$   
④  $2^2 \times 3^3 \times 7$       ⑤  $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 336} \\ 2 \overline{) 168} \\ 2 \overline{) 84} \\ 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ \quad 7 \\ \hline 336 = 2^4 \times 3 \times 7 \end{array}$$

9. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 24      ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

10.  $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수  $A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로  $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는  $A$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는  $2 \times 5$ 이다.

11. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 35

▷ 정답: 315

해설

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 5 \times 7 \times k^2 \text{ 풀이므로}$$

$n$  을 작은 순으로 3 개 써 보면

$$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$$

$$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$$

$$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$$

$$\therefore 35, 315$$

12.  $48 \times x = y^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $x, y$  에 대하여  $\frac{x}{y}$  의 값은?

① 3

② 4

③  $\frac{2}{3}$

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은  $x = 3$ ,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

13.  $\frac{108}{n}$  가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수  $n$  을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3,$$

$\frac{108}{n}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수  $n$  은 3 이다.

14.  $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

①  $2 \times 3$

②  $2^3 \times 7$

③  $3^2$

④  $3 \times 5 \times 7$

⑤  $2^2 \times 5 \times 7$

해설

- ①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.  
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

15. 180의 약수의 개수와  $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ , 180의 약수의 개수 :

$$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

16. 20의 약수의 개수와  $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는  
 $(2+1) \times (1+1) = 6$  (개)이다.  
 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는  
 $(2+1) \times (a+1) = 6$  (개)가 되어야 한다.  
 $\therefore a = 1$

17.  $7^x = 343$  을 만족하는  $x$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$7^3 = 343$  이다. 따라서  $x = 3$  이다.

18. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2층    ② 3층    ③ 5층    ④ 7층    ⑤ 9층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

19. 196 을  $a^m \times b^n$  으로 소인수분해하였을 때,  $a + b + m + n$  의 값은?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

$$\text{따라서 } a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$$

$$a + b + m + n = 13$$

20.  $360 \times a = b^2$  을 만족시키는 자연수  $a, b$  중에서 가장 작은 수를 각각  $x, y$  라고 할 때  $x + y$  의 값으로 알맞은 것은?

① 70      ② 80      ③ 90      ④ 100      ⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로  $x = 2 \times 5$  이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, \quad x = 10, \quad y = 60$$

따라서  $x + y = 70$  이다.

21. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

①  $2^2 \times 3^3$

② 24

③  $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤  $3^4 \times 7^3$

해설

①  $(2+1) \times (3+1) = 12$  (개)

②  $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3+1) \times (1+1) = 8$  (개)

③  $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1+1) \times (2+1) \times (1+1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$  (개)

④  $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2+1) \times (3+1) = 12$  (개)

⑤  $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4+1) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$  (개)

22. 약수의 개수가 36 개이고,  $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$  으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단,  $x, y, z$  는 자연수)

① 3개      ② 6개      ③ 9개      ④ 12개      ⑤ 15개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$  이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$  으로 3 개이다.

23.  $18 \times A \times 7^2$  의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은  $A$  의 값을  $a$ , 두 번째로 작은  $A$  의 값을  $b$  라고 할 때,  $b - a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

$A$  가 될 수 있는 수는  $2^2, 3^3, 7^3$  이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은  $2^2 = 4$ ,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

24. 세 자리수인 자연수 전체에 대해, 4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수와 3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수는  $225 - 45 = 180$   
3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수는  $300 - 60 - 150 + 30 = 120$   
∴  $180 + 120 = 300$

25. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:                    개

▷ 정답: 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)<sup>2</sup> 이므로  
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는  $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$  의 4 개