

1. 어떤 수를 13 으로 나누면 6 이 남는 수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 13 \times k + 6$ 이다.

$k = 15$ 일 때, $x = 13 \times 15 + 6 = 201$ 이고 $k = 16$ 일 때,
 $x = 13 \times 16 + 6 = 214$ 이다.

따라서 200 에 가장 가까운 수는 201 이다.

2. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 18, 나머지가 3 이었다. x 를 9 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 18 \times y + 3 = 9 \times 2 \times y + 3$ 이다. 따라서 9 로 나누었을 때의 나머지는 3 이다.

3. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 16, 나머지가 4 이었다. x 를 8로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 16 \times y + 4 = 8 \times y \times 2 + 4$ 이다. 따라서 8로 나누었을 때의 나머지는 4 이다.

4. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ 9 는 35 의 약수이다.

㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣ 392 는 4 의 배수이다.

㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.

㉣. 392 는 4 의 배수이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ $5^2 = 25$

㉡ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

㉢ $2^4 = 4^3$

㉣ $\frac{1}{5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{5^2 \times 7^3}$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^{12}}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ $2^4 \neq 4^3$

㉤ $\frac{1}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^7}$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 83 은 소수이다.

② 모든 합성수는 약수가 2 개이다.

③ 1 은 소수이다.

④ 15 이하의 소수의 개수는 6 개이다.

⑤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

② 모든 합성수는 약수가 3 개 이상이다.

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 소수가 아닌 자연수는 1 , 합성수이다.

7. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12 = 5 + 7$

② $14 = 3 + 11$

③ $16 = 5 + 11$

④ $18 = 7 + 11$

⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

8. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① $2^3 \times 6 \times 7$

② $2^2 \times 3 \times 7^2$

③ $2^4 \times 3 \times 7$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2 \overline{) 336}$$

$$2 \overline{) 168}$$

$$2 \overline{) 84}$$

$$2 \overline{) 42}$$

$$3 \overline{) 21}$$

7

$$336 = 2^4 \times 3 \times 7$$

9. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 24

⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

10. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값
중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

11. 315 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수 중 첫 번째로 작은 수와 세 번째로 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

▷ 정답 : 315

해설

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

$$315 \times n = 3^2 \times 5 \times 7 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 5 \times 7 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 3 개 써 보면

$$n = 5 \times 7 \times 1^2 = 35$$

$$n = 5 \times 7 \times 2^2 = 140$$

$$n = 5 \times 7 \times 3^2 = 315$$

$\therefore 35, 315$

12. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은 $x = 3$,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

13. $\frac{108}{n}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3 ,$$

$\frac{108}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 가장 작은 자연수 n 은 3 이다.

14. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.

② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

15. 180의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180의 약수의 개수 :

$$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :

$$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

16. 20의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

20 = $2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (a+1) = 6$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore a = 1$

17. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

18. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2 층

② 3 층

③ 5 층

④ 7 층

⑤ 9 층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

19. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

20. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70

② 80

③ 90

④ 100

⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, x = 10, y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

21. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면?

① $2^2 \times 3^3$

② 24

③ $2 \times 9 \times 5$

④ 500

⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$

$\Rightarrow (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4 + 1) \times (3 + 1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

22. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

- ① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.

23. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

24. 세 자리수인 자연수 전체에 대해, 4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수와 3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

4의 배수이지만 5의 배수가 아닌 수의 개수는 $225 - 45 = 180$

3의 배수이지만 5, 6의 배수는 아닌 수의 개수는 $300 - 60 - 150 + 30 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

25. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 의 4 개