

1. 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라고 할 때, ' $p$  또는  $\sim q$ '를 만족하는 집합을 구하면?

①  $P - Q$

②  $Q - P$

③  $P^c \cup Q$

④  $P \cup Q^c$

⑤  $P \cap Q^c$

해설

조건  $\sim q$ 를 만족하는 집합이  $Q^c$  이므로 ' $p$  또는  $\sim q$ '를 만족하는 집합은  $P \cup Q^c$ 이다.

2. 다음 보기의 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

- ㉠  $a > b$ 이면  $a^2 > b^2$ 이다.
- ㉡ 정사각형은 마름모이다.
- ㉢ 임의의 유리수  $x$ 에 대하여  $\sqrt{2}x$ 는 무리수이다.
- ㉣  $a + b > 0$ 이면  $a > 0$ 이고  $b > 0$ 이다.
- ㉤  $x$ 가 6의 약수이면  $x$ 는 12의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡    ② ㉡, ㉣    ③ ㉣, ㉤    ④ ㉡, ㉤    ⑤ ㉣, ㉤

**해설**

(반례) ㉠  $a = 1, b = -4$  ㉢  $x = 0$  ㉣  $a = 5, b = -4$   
∴ ㉡, ㉤만 참이다.

3. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  의 두 원소  $x, y$  에 대하여 다음 명제 중 거짓인 것은?

① 어떤  $x, y$  에 대하여  $x^2 + y^2 = 5$  이다.

② 어떤  $x, y$  에 대하여  $x + y \leq 5$  이다.

③ 모든  $x$  에 대하여  $x - 1 < 5$  이다.

④ 어떤  $x$  에 대하여  $x^2 - 1 \leq 0$  이다.

⑤ 모든  $x$  에 대하여  $|x - x^2| \geq 5$  이다.

해설

⑤ (반례)  $x = 1$  인 경우  $|1 - 1| = 0$  이므로 거짓이다.

4. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  에서 두 조건  $p, q$  를 만족하는 두 집합을 각각  $P, Q$  라 하자.  $P = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ ,  $Q = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$  일 때,  $p \rightarrow \sim q$  가 거짓임을 보이는 원소는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 6      ⑤ 7

**해설**

$p \rightarrow \sim q$  의 반례는  $P \cap Q^c$  을 만족하는 원소이다.  
즉,  $P$  의 원소이면서  $Q^c$  의 원소가 아닌 것이므로  $P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$   
 $\therefore P \cap Q = \{6\}$

5. 명제 ' $|x-3| < a$  이면  $1 < x < 7$ 이다.' 가 참이 되기 위한 양수  $a$ 의 최댓값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$-a < x-3 < a \Rightarrow 3-a < x < 3+a$$

$$\{x|3-a < x < 3+a\} \subset \{x|1 < x < 7\}$$

$\therefore 1 \leq 3-a$  과  $3+a \leq 7$  을 동시에 만족해야 한다.

$$\therefore a \leq 2$$

6. 다음 명제 중에서 그 역이 참인 것은? (단, 문자는 실수)

- ①  $x = 0$  이면  $xy = 0$  이다.
- ②  $x \geq 1$  이면  $x^2 \geq 1$  이다.
- ③  $x \leq 1$  이고  $y \leq 1$  이면  $x + y \leq 2$  이다.
- ④  $a^2 + b^2 > 0$  이면  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$  이다.
- ⑤  $a = b$  이고  $c = d$  이면  $a + c = b + d$  이다.

**해설**

역인 명제는

- ①  $xy = 0$  이면  $x = 0$  (거짓) (반례 :  $x = 1, y = 0$ )
- ②  $x^2 \geq 1$  이면  $x \geq 1$  (거짓) (반례 :  $x = -1$ )
- ③  $x + y \leq 2$  이면  $x \leq 1$  이고  $y \leq 1$  (거짓) (반례 :  $x = 2, y = 0$ )
- ④  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$  이면  $a^2 + b^2 > 0$  (참)
- ⑤  $a + c = b + d$  이면  $a = b$  이고  $c = d$  (거짓) (반례 :  $a = -1, b = -2, c = 3, d = 4$ )

7. 명제 ' $x^2 + 2x + a \neq 0$  이면  $x + 1 \neq 0$  이다' 가 참이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

- ① 3      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 0

해설

대우인 ' $x + 1 = 0$ 이면  $x^2 + 2x + a = 0$  이다.'가 참이 되어야 한다.

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

8. 조건  $p, q$  가  $p : x < 1$  또는  $x \geq 2, q : \frac{a}{2} < x \leq 3a$  일 때, ' $\sim p$  이면  $q$  이다.' 가 참이 되기 위한  $a$  의 범위는?

- ①  $\frac{2}{3} < a \leq 2$       ②  $\frac{2}{3} \leq a < 2$       ③  $1 \leq a < 2$   
④  $1 < a \leq 2$       ⑤  $\frac{2}{3} < a < 2$

**해설**

명제의 대우는 ' $\sim q$  이면  $p$  이다'

$\sim q : x \leq \frac{a}{2}$  또는  $x > 3a, p : x < 1$  또는  $x \geq 2$  이므로 명제의 대우가 참이 되려면  $\frac{a}{2} < 1$  이고  $3a \geq 2$  가 되어야 한다.

$a < 2$  이고  $a \geq \frac{2}{3}$  이므로  $\frac{2}{3} \leq a < 2$  이다.

9. 다음 중에서  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이 아닌 것은? (단  $a, b, c$  는 실수)

①  $p : a = b, q : ac = bc$

②  $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$  또는  $b = 0$

③  $p : \triangle ABC$  는 이등변삼각형,  $q : \angle B = \angle C$

④  $p : a = 1, q : a^2 - 3a + 2 = 0$

⑤  $p : 0 < a < b, q : a^2 < b^2$

해설

①  $q : ac = bc \rightarrow a = b$  또는  $c = 0$  (참)

②  $a \neq 0$  그리고  $b \neq 0 \rightarrow a^2 + b^2 \neq 0$  (참)

③  $\angle B \neq \angle C \rightarrow \triangle ABC$  는 이등변 삼각형이 아니다. (거짓)

반례 :  $\angle C = \angle A$  인 이등변 삼각형

④  $q : a = 1, 2$  (참)

⑤  $(0 < a < b) \subset (a^2 < b^2 \Leftrightarrow 0 < a < b$  또는  $b < a < 0)$

10.  $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$  가 성립하기 위한 필요충분조건으로  
알맞은 것은?

- ①  $A \cap B^c = \emptyset$       ②  $B \cap A^c = \emptyset$       ③  $A = B$   
④  $A \cap B = \emptyset$       ⑤  $A \cup B = A$

해설

$\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B$   
 $= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B$   
 $= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B$   
 $= A \cap B = A$   
 $\therefore A \subset B$ 이므로  $A \cap B^c = \emptyset$ 이면  $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은  
①이다.

11. 세 조건  $p, q, r$ 에 대하여  $r$ 이  $\sim q$ 이기 위한 충분조건,  $q$ 가  $p$ 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

- ①  $p \rightarrow q$                       ②  $r \rightarrow \sim q$                       ③  $p \rightarrow \sim r$   
④  $q \rightarrow \sim r$                       ⑤  $\sim p \rightarrow r$

해설

$r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow \sim r(T) \dots \textcircled{1}$   
 $p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T) \dots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서  $r \rightarrow \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow r \rightarrow \sim p(T)$   
 $\Rightarrow p \rightarrow \sim r(T)$

12. 다음 두 조건  $p : 2 \leq x \leq 5$ ,  $q : x \geq a$ 에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 상수  $a$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이므로 각각의 진리집합을  $P, Q$ 라 할 때,  $P \subset Q$ 이 성립해야 한다. 따라서  $2 \leq x \leq 5$ 를 만족하는 영역은  $x \geq a$ 를 만족하는 영역에 포함되어야 함으로  $a \leq 2$  따라서  $a$ 의 최댓값은 2

13. 다음 두 조건으로 알 수 있는 것은?

- ㉠ 어떤 사람은 안경을 끼지 않았다.
- ㉡ 여자는 모두 안경을 썼다.

- ① 남자는 모두 안경을 썼다.
- ② 안경을 끼지 않은 여자도 있다.
- ③ 여자는 모두 안경을 끼지 않았다.
- ④ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.
- ⑤ 남자는 모두 안경을 끼지 않는다.

해설

안경을 낀 사람의 집합을  $A$ , 여자의 집합을  $B$  라고 하면

㉠  $A^c \neq \emptyset$

㉡  $B \subset A \Rightarrow A^c \subset B^c$

안경을 쓰지 않는 사람은 여자가 아니다.

$\therefore$  안경을 끼지 않은 남자도 있다.

14. 두 명제  $p \rightarrow q$ 와  $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 '반드시 참이다'라고 말할 수 없는 명제는?

①  $q \rightarrow r$

②  $p \rightarrow r$

③  $\sim p \rightarrow \sim r$

④  $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤  $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q \leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$   
 $\sim r \rightarrow \sim q \leftrightarrow q \rightarrow r$   
이므로

$p \rightarrow r \leftrightarrow r \rightarrow \sim p$

15. 다음 명제 중에서 역이 참인 명제는?

- ①  $x, y$  가 유리수이면  $x + y$  도 유리수이다.
- ②  $x = y$  이면  $xm = ym$  이다.
- ③ 실수  $x, y$  에 대하여  $x^2 + y^2 > 0$  이면  $x \neq 0$  또는  $y \neq 0$  이다.
- ④  $x = 2$  이면  $x^2 = 4$  이다.
- ⑤ 6의 배수는 3의 배수이다.

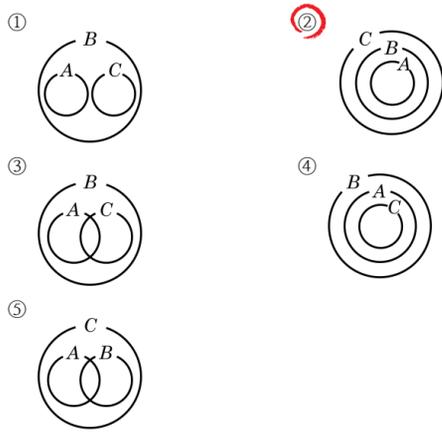
해설

- ①  $x + y$  가 유리수  $\rightarrow x, y$  가 유리수 (거짓)  
반례)  $x = 1 + \sqrt{2}, y = 1 - \sqrt{2}$  라 하면  $x + y = 2$ (유리수)
- ②  $xm = ym \rightarrow x = y$  (거짓)  
반례)  $x = 1, y = 2, m = 0, xm = ym = 0$
- ③  $x \neq 0$  또는  $y \neq 0 \rightarrow x^2 + y^2 > 0$  (참)
- ④  $x^2 = 4 \rightarrow x = 2$  (거짓)  
 $x^2 = 4$ 이면  $x = \pm 2$  이다.
- ⑤ 3의 배수  $\rightarrow$  6의 배수 (거짓)  
반례) 9는 3의 배수이지만 6의 배수는 아니다.

16. 다음의 두 명제  $p, q$  가 참일 때,

$p : x \in A$  이면  $x \in B$  이다.  
 $q : x \notin C$  이면  $x \notin B$  이다.

세 집합  $A, B, C$  사이의 포함관계를 벤다이어그램으로 옳게 나타낸 것은?



해설

조건  $p : A \subset B$  조건,  $q : C^c \subset B^c \Leftrightarrow B \subset C \therefore A \subset B \subset C$

17. 전체집합  $U$ 에서 두 조건  $p, q$ 를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$ 라 한다.  
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ①  $P \cup Q = U$       ②  $P \cap Q = \emptyset$       ③  $Q \subset P$   
④  $P \subset Q$       ⑤  $P = Q$

해설

$$\sim p \rightarrow \sim q \Rightarrow P^c \subset Q^c \Rightarrow Q \subset P$$

18. 양수  $x$ 에 대하여 명제 ' $ax^2 - a^2x + 2 \neq 0$  이면  $x \neq 1$  이다.'가 참이기 위한  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.  
' $x = 1$  이면  $ax^2 - a^2x + 2 = 0$  이다.'가 참이므로  
 $a - a^2 + 2 = 0$ ,  $a^2 - a - 2 = 0$   
 $(a + 1)(a - 2) = 0$   
 $\therefore a = -1$  또는  $a = 2$   
 $a > 0$ 이므로  $a = 2$



20. 네 조건  $p, q, r, s$ 에 대하여  $p, q$ 는 각각  $r$ 이기 위한 충분조건,  $s$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건,  $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요조건이다. 이때,  $p$ 는  $q$ 이기 위한 어떤 조건인지를 말하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 충분조건

해설

$p$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건이므로  $p \Rightarrow r$   
 $q$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건이므로  $q \Rightarrow r$   
 $s$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건이므로  $r \Rightarrow s$   
 $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요조건이므로  $s \Rightarrow q$   
따라서,  $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$   
 $\therefore p \Rightarrow q$   
그러나  $q \Rightarrow p$ 인지는 알 수 없다.  
 $\therefore p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.