

1. 다음 중 유리수가 아닌 것을 고르면?

① 3.141592

② π

③ 9.999999

④ $\frac{111}{7}$

⑤ $\frac{21}{5^3 \times 7}$

해설

① 3.141592 (유한소수-유리수)

② $\pi = 3.1415926535897932384626 \dots$
(순환하지 않는 무한소수-유리수가 아니다)

③ 9.999999 (유한소수-유리수)

④ $\frac{111}{7}$ (유리수)

⑤ $\frac{21}{5^3 \times 7} = \frac{3^3}{5}$ (유리수)

2. A 가 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$ 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

유한소수를 기약분수로 나타내려면 분모의 소인수가 2나 5
뿐이어야 한다.
분모의 소인수가 2나 5가 되려면 x 값은 1, 2, 4, 5, 8, 10 이
된다.

3. 다음은 순환소수와 순환소수의 소수점 아래 100번째 자리의 숫자를 나타낸 것이다. 옳지 않은 것은?

① $0.\dot{9}$, 9

② $0.\dot{2}7$, 7

③ $0.\dot{1}25$, 5

④ $2.3\dot{4}5$, 4

⑤ $2.7\dot{4}3$, 3

해설

① $100 = 1 \times 100$ 이므로 9

② $100 = 2 \times 50$ 이므로 7

③ $100 = 3 \times 33 + 1$ 이므로 1

④ $100 - 1 = 2 \times 49 + 1$ 이므로 4

⑤ $100 - 2 = 1 \times 98$ 이므로 3

4. $x = 4.5\overline{6666}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $4.\overline{56}$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디가 56이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{92}{33}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다
- ⑤ 순환하지 않는 무한소수이다.

해설

- ① $4.\overline{56}$ 으로 나타낸다.
- ② 순환마디는 6이다.
- ③ 분수로 나타내면 $\frac{137}{30}$ 이다.
- ④ $100x - 10x = 411$ 이다.
- ⑤ 순환하는 무한소수이다.

5. $0.\dot{3}2\dot{4} = \square \times 324$ 에서 \square 안에 알맞은 수는?

① 0.001

② 0.0010

③ 0.001

④ 0.001

⑤ 0.0001

해설

$$0.\dot{3}2\dot{4} = \frac{324}{999} = 324 \times \frac{1}{999} = 324 \times 0.\dot{0}01$$

6. 다음 순환소수 중에서 $\frac{9}{20}$ 보다 큰 수는?

- ① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3 ④ 0.4 ⑤ 0.5

해설

$\frac{9}{20} = 0.45$ 이므로 $\frac{9}{20}$ 보다 큰 수는 0.5 이다.

7. 두 순환소수 $0.\dot{0}4 + 0.\dot{i}6$ 을 바르게 계산하면?

- ① $0.\dot{2}0$ ② $0.\dot{2}0\dot{6}$ ③ $0.\dot{2}i$ ④ $0.2i\dot{6}$ ⑤ $0.2\dot{2}0$

해설

$$0.\dot{0}4 + 0.\dot{i}6 = \frac{4}{99} + \frac{16}{99} = \frac{20}{99} = 0.\dot{2}0$$

8. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 유한소수는 모두 유리수이다.
- ② 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

무한소수 중에는 유리수가 아닌 수도 있다.

9. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{에서}$$

A, B에 들어가는 숫자는 각각 5^2 이다.

$$\therefore A + B = 50$$

10. 분수 $\frac{\square}{2 \times 5^2 \times 3 \times 7}$ 이 유한소수로 나타내어진다고 할 때, 다음 중 \square 안에 알맞은 자연수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 21

해설

유한소수로 나타내기 위해서는 분모가 2 나 5 로만 이루어져야 한다.
따라서 분모의 3 과 7 을 인수로 가진 수를 보기에서 고르면 ⑤이다.

11. 분수 $\frac{7}{5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 20

해설

$12 = 2^2 \times 3$, 3 이 있으므로 무한소수가 된다.

12. $\frac{A}{420}$ 가 유한소수로 나타내어질 때, A 가 될 수 있는 자연수 중에서 100에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 105

해설

$\frac{A}{420} = \frac{A}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되기 위해서는 3×7 이 약분되어야 하므로 A 는 21의 배수이다.
∴ 100에 가장 가까운 21의 배수는 105

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3 = 2.\dot{9}$

② $5 = 4.\dot{9}0$

③ $0.4 = 0.3\dot{9}$

④ $-2.7 = -2.6\dot{9}$

⑤ $-0.7 = -0.6\dot{9}$

해설

② $5 = 4.\dot{9}$

14. 어떤 수에 1.1 을 곱해야 할 것을 잘못 보아 1.1 을 곱하여 정답과 $\frac{1}{5}$ 의 차이가 생겼다. 이때, 어떤 수는?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 25 ⑤ 30

해설

어떤 수를 x 라 하자. $1.1 > 1.1$ 이므로, $1.1x - 1.1x = \frac{1}{5}$,

$\frac{10}{9}x - \frac{11}{10}x = \frac{1}{5}$, 등식의 양변에 90 을 곱하면

$$100x - 99x = 18$$

$$\therefore x = 18$$

15. 순환소수 0.75에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 유한소수가 된다. 다음 중 자연수의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 3 ② 9 ③ 15 ④ 18 ⑤ 27

해설

$0.7\dot{5} = \frac{75-7}{90} = \frac{34}{45} = \frac{34}{5 \times 9}$ 이므로 어떤 자연수는 9의 배수이어야 한다.

16. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 0.4 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\bar{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{40}{901}$ ② $\frac{41}{90}$ ③ $\frac{40}{99}$ ④ $\frac{41}{9}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$$\text{연우 : } 0.4 = \frac{4}{9}$$

$$\text{지우 : } 0.4\bar{1} = \frac{41}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$$

17. 순환소수 $9.\bar{3}$ 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$9.\bar{3} = \frac{93-9}{9} = \frac{28}{3} \text{ 이고,}$$

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로 제곱이 되게 하는 자연수는 3과 7의 공배수이다.

따라서 가장 작은 자연수는 21이다.

18. 무한소수 $\frac{7}{110}$ 과 $\frac{1}{35}$ 에 자연수 a 를 곱했더니 모두 유한소수가 되었다. 이러한 a 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 77

해설

$\frac{7}{110} \times a = \frac{7}{2 \times 5 \times 11} \times a$ 가 유한소수가 되려면 a 는 11의 배수.
 $\frac{1}{35} \times a = \frac{1}{5 \times 7} \times a$ 가 유한소수가 되려면 a 는 7의 배수이어야 한다.
따라서 a 는 77의 배수이므로 가장 작은 자연수 a 는 $a = 77$ 이다.

19. 다음 분수를 순환소수로 나타낸 것은?

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990}$$

- ① 4.08 $\dot{2}$ ② 4.11 $\dot{2}$ ③ 4.12 $\dot{2}$ ④ 4.13 $\dot{2}$ ⑤ 4.15 $\dot{2}$

해설

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990} = \frac{4091}{990} = 4.13\dot{2}$$

20. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.1$$

- ① 0.5 ② 0.6 ③ 0.7 ④ 0.8 ⑤ 0.9

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x+1 \\ -x+1 &= 0.1 \\ \therefore x &= 1-0.1 \\ &= 1 - \frac{1}{10} \\ &= \frac{9}{10} \\ &= 0.9 \end{aligned}$$

21. $0 < x$ 의 값은 $\frac{1}{9}$ 이상 $\frac{3}{5}$ 미만이다. 이를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{9} \leq \frac{x}{9} \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{5x}{45} < \frac{27}{45} \quad \therefore a = 5$$

$$\therefore a - b = 4$$

22. 어떤 자연수에 0.4를 곱할 것을 0.4를 곱하여 계산하였더니 정답과의 차가 2가 되었다. 어떤 자연수를 구하면?

- ① 32 ② 45 ③ 55 ④ 62 ⑤ 75

해설

$$x \times 0.4 - x \times 0.4 = 2$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{2}{5}x = 2$$

$$20x - 18x = 90$$

$$\therefore x = 45$$

23. $\frac{x}{2 \times 3 \times 5^2}$ 를 소수로 나타내면 유탄소수이고, 이 분수를 기약분수로 나타내면 $\frac{4}{y}$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은? (단, x 는 $20 < x < 30$ 인 자연수)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{x}{150} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{4}{y} \text{ 에서 유탄소수이므로}$$

x 는 3 의 배수이고, 기약분수이므로 8 의 배수이다.

3 과 8 의 공배수인 24 의 배수 중에서 20 과 30 사이의 수는 24 이고,

이때, $y = 25$ 이므로 $y - x = 1$ 이다.

24. 자연수 n 에 대하여 a_n 을 2^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의하고, b_n 을 3^n 의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수 $0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots$ 의 순환마디의 각 자리수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

a_n 에서

$$a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = 8, a_4 = 6(\because 2^4 = 16),$$

$$a_5 = 2(\because 2^5 = 32), a_6 = 4(\because 2^6 = 64), a_7 = 8(\because 2^7 = 128), a_8 = 6(\because 2^8 = 256)\cdots$$

b_n 에서

$$b_1 = 3, b_2 = 9, b_3 = 7(\because 3^3 = 27), b_4 = 1(\because 3^4 = 81),$$

$$b_5 = 3(\because 3^5 = 243), b_6 = 9(\because 3^6 = 729), b_7 = 7(\because 3^7 = 2187), b_8 = 1(\because 3^8 = 6561)\cdots$$

$$\text{따라서 주어진 소수 } 0.a_1b_1a_2b_2a_3b_3\cdots a_nb_n\cdots =$$

$$0.2349876123498761\cdots = 0.\dot{2}349876\dot{1}$$

$$\therefore \text{순환마디 각 자리수의 합} = 2 + 3 + 4 + 9 + 8 + 7 + 6 + 1 = 40$$

25. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만든다고 한다.
만들 수 있는 모든 수를 각각 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bcd \text{ 에서}$$

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를 일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으므로

$$\text{총 } (1 + 2 + 3 + 4) \times 6 = 60 \text{ 이다.}$$

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.