

1. 연립부등식 $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x$ 를 풀면?

① $-9 < x \leq 3$

② $-15 < x \leq -10$

③ $-3 < x \leq 4$

④ $-10 \leq x < 15$

⑤ $-10 < x \leq 15$

해설

$$0.2x - 3 < \frac{1}{2}x \text{에서}$$

$$2x - 30 < 5x, 3x > -30, x > -10$$

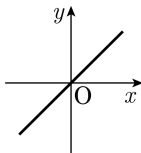
$$\frac{1}{2}x \leq 3 + 0.3x \text{에서}$$

$$5x \leq 30 + 3x, x \leq 15$$

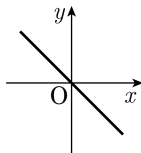
$$\therefore -10 < x \leq 15$$

2. $(3 + 2i)z$ 가 실수가 되도록 하는 복소수 $z = x + yi$ 를 점 (x, y) 로 나타낼 때, 점 (x, y) 는 어떤 도형 위를 움직이는가? (단, x, y 는 실수)

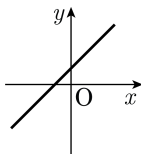
①



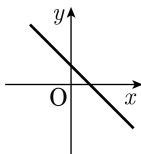
②



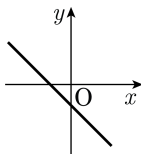
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}(3 + 2i)(x + yi) &= 3x + 3yi + 2xi - 2y \\ &= (3x - 2y) + (2x + 3y)i\end{aligned}$$

주어진 식이 실수가 되려면 허수부가 0이어야 하므로 $2x + 3y = 0$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x$$

따라서 기울기가 음수이고 y절편이 0인 그래프는 ②이다.

3. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + (a+2)x^2 + 4ax + 2a^2 = 0$ 이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > \frac{1}{2}$

② $a \geq \frac{1}{2}$

③ $a > 1$

④ $a < \frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < a < 1$

해설

방정식 $x^3 + (a+2)x^2 + 4ax + 2a^2 = 0$ 을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -a & 1 & a+2 & 24a & 2a^2 \\ & & -a & -2a & -2a^2 \\ \hline & 1 & 2 & 2a & 0 \end{array}$$

$$(x+a)(x^2 + 2x + 2a) = 0$$

이 때, 주어진 방정식이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 가지려면 $x^2 + 2x + 2a = 0$ 이 허근을 가져야 하므로

$$\frac{D}{4} = 1 - 2a < 0 \quad \therefore a > \frac{1}{2}$$

4. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 과의 차는?

① $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$

② $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$

③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$

④ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은 $Q(1)$ 과 같으므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

5. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이다. 이때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로

$$\alpha + \beta + \alpha\beta = 2a + 1, (\alpha + \beta)\alpha\beta = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a + b = 2a + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$ab = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}$ 를 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 2 \text{ 또는 } a = -2, b = -1$$