

1. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

2. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

- ① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25 \dots\dots$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots\dots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

3. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

- ① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배
④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

$$\text{정삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$$\text{정사각형의 한 변의 길이는 } \frac{3}{4}a \text{ 이므로 정사각형의 넓이는 } \frac{9}{16}a^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$$

$$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (배)}$$

4. 삼각형의 넓이가 $5\sqrt{21}$ 이고, 밑변의 길이가 $\sqrt{15}$ 일 때, 높이를 구하면?

- ① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{35}$ ③ $3\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{35}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{높이}) &= 5\sqrt{21} \times 2 \div \sqrt{15} \\ &= \frac{10\sqrt{21}}{\sqrt{15}} \\ &= \frac{10\sqrt{7}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{5}} \\ &= \frac{10\sqrt{35}}{\sqrt{5}} \\ &= 2\sqrt{35}\end{aligned}$$

5. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

6. 다음 네 개의 수를 큰 순서부터 나열한 것은?

㉠ $\sqrt{1.25}$

㉡ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

㉢ $\sqrt{\frac{5}{25}}$

㉣ $\sqrt{\frac{5}{49}}$

① ㉠ > ㉡ > ㉢ > ㉣

② ㉠ > ㉢ > ㉡ > ㉣

③ ㉠ > ㉣ > ㉡ > ㉢

④ ㉢ > ㉣ > ㉠ > ㉡

⑤ ㉡ > ㉠ > ㉣ > ㉢

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{1.25} = \sqrt{\frac{125}{100}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{㉡ } \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{\frac{5}{49}} = \frac{\sqrt{5}}{7}$$

$$\therefore \text{㉠} > \text{㉡} > \text{㉢} > \text{㉣}$$

7. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$

8. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 6

③ 9

④ 33

⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

9. 두 정사각형 ㉠, ㉡가 있다. ㉡의 넓이가 ㉠의 넓이의 8배라면 ㉡의 한 변의 길이는 ㉠의 한 변의 길이의 몇 배인가?

① 9 배

② 3 배

③ $\sqrt{3}$ 배

④ $2\sqrt{2}$ 배

⑤ 2 배

해설

두 닮은 도형에서 넓이의 비는 길이의 비의 제곱에 비례한다.

㉠의 한 변의 길이를 a ,

㉡의 한 변의 길이를 b 라 하면

$$b^2 = 8 \times a^2$$

$$\therefore b = 2\sqrt{2}a$$

10. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$$

$$abc = 14 \text{ 또는 } abc = 56 \text{ 또는 } abc = 126$$

$$abc = 224 \text{ 또는 } abc = 504$$

$$abc = 14 \text{ 일 때, } (1, 2, 7)$$

$$abc = 56 \text{ 일 때, } (1, 7, 8), (2, 4, 7)$$

$$abc = 126 \text{ 일 때, } (2, 7, 9), (3, 6, 7)$$

$$abc = 224 \text{ 일 때, } (4, 7, 8)$$

$$abc = 504 \text{ 일 때, } (7, 8, 9)$$