

1.  $x$  의 값에 관계없이 등식  $x^2 + 13x - 18 = a(x + 2)(x - 3) + bx(x + 2) + cx(x - 3)$  이 항상 성립할 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 12

### 해설

준식에

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } -18 = -6a \text{ 에서 } a = 3$$

$$x = 3 \text{ 을 대입하면 } 30 = 15b \text{ 에서 } b = 2$$

$$x = -2 \text{ 을 대입하면 } -40 = 10c \text{ 에서 } c = -4$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$$

2. 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

①  $f(2)$

②  $f(-2)$

③  $f(2) + Q(2)$

④  $Q(2)$

⑤  $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

3.  $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $k$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -8

④ -10

⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지정리에 의해  $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$\therefore k = -12$

4.  $x$ 에 대한 항등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = -1$

▷ 정답 :  $c = 1$

### 해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

5. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2$ ,  $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

6. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

①  $-8$

②  $-2$

③  $-16$

④  $4$

⑤  $2$

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

7.  $x$ 에 대한 다항식  $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-37$

### 해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고  $P(x)$ 가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

8. 다항식  $2x^3 + ax^2 + bx + 3$  이 다항식  $2x^2 - x - 3$  으로 나누어 떨어질 때,  $a + b$  의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}2x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ &= (x + 1)(2x - 3)Q(x)\end{aligned}$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

9.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이  $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = -1, b = 3$

②  $a = 1, b = 3$

③  $a = 3, b = -1$

④  $a = -3, b = -1$

⑤  $a = 3, b = 1$

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 + 1)(x + c)$$

$$= x^3 + cx^2 + x + c$$

$$\therefore a = c, b = 1, c = 3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 1$$

10.  $x^5 + x + 1$ 을  $x + 1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라고 할 때,  $Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면  $R = -1$

$$\therefore x^5 + x + 1 = (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \text{㉠}$$

$Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지는  $Q(1)$

$$\text{㉠에 } x = 1 \text{을 대입하면 } 3 = 2Q(1) - 1$$

$$\therefore Q(1) = 2$$

11. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-x + 4$ 이다. 다항식  $f(x + 1)$ 을  $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $-x + 3$

③  $x - 1$

④  $2x$

⑤  $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned} f(x + 1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는  $-x + 3$

12.  $2x^3 + 9x^2 + 11x + 7 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$  가  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a, b, c, d$ 를 차례로 구하면?

① 3, -1, 3, 2

② 2, 3, -1, 3

③ -3, 1, -3, -2

④ -2, -3, 1, -3

⑤ 1, -3, 4, -2

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 2 & 9 & 11 & 7 \\
 & & -2 & -7 & -4 \\
 \hline
 -1 & 2 & 7 & 4 & 3 \leftarrow d \\
 & & -2 & -5 & \\
 \hline
 -1 & 2 & 5 & -1 & \leftarrow c \\
 & & -2 & & \\
 \hline
 & 2 & 3 & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & \\
 & a & & 
 \end{array}$$

$a = 2, b = 3, c = -1, d = 3$

13.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

① 12

② 8

③ 4

④ 0

⑤ -2

해설

$$x + y + 2z = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + z = 5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: x + z = 2 \Rightarrow z = 2 - x$$

$$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}: x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3$$

$$\therefore ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$$

$$\Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2$$

$$= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6$$

모든 실수  $x, y, z$ 에 대해 성립하려면

$$a + b + c = 0, \quad 4c + 6b = 0, \quad 9b + 4c = 6$$

위의 식을 연립하여 풀면,  $a = 1, b = 2, c = -3$

$$\therefore 3a + 2b + c = 4$$

14. 등식  $(1+x+x^2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은?

① 28

② 26

③ 15

④ 14

⑤ 13

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$3^3 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_8 \quad \text{㉠}$$

양변에  $x = -1$ 을 대입하면

$$1^3 = a_0 - a_1 + a_2 + \dots + a_8 \quad \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} : 26 = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 13$$

15. 두 다항식  $Q(x)$ 와  $R(x)$ 에 대하여  $x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) + R(x)$ 가 성립할 때,  $Q(1)$ 의 값은? (단  $R(x)$ 의 차수는 이차 이하이다.)

① 1

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

### 해설

$R(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$ 는 실수)라 하면

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

양변에  $x = 0$ 을 대입하면  $-2 = c$

$$x^7 - 2 = x(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx - 2 \cdots \textcircled{1}$$

①의 양변에  $x = i$ 을 대입하면

$$-i - 2 = -a + bi - 2$$

$a = 0, b = -1$ 이므로  $R(x) = -x - 2$

$$\therefore x^7 - 2 = (x^3 + x)Q(x) - x - 2$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-1 = 2Q(1) - 3 \text{이므로}$$

$$\therefore Q(1) = 1$$