

1. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70

② 75

③ 80

④ 85

⑤ 90

해설

$$A = 8 \times 9 + 3 = 75$$

2. 다음 중 소수가 아닌 것은?

① 7

② 11

③ 13

④ 19

⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

$21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

4. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② $4^2 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 6 \times 10$

④ $2^2 \times 6 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$2 \overline{) 120}$$

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

5. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 2, 6

② 3, 11

③ 8, 10

④ 12, 15

⑤ 9, 16

해설

1 이외에 공약수를 갖지 않는 두 자연수를 서로소라고 한다.

6. 세 자연수 $5 \times a$, $7 \times a$, $3 \times a$ 의 최소공배수가 420 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{array}{r} a \overline{) 5 \times a \quad 7 \times a \quad 3 \times a} \\ \underline{ 5 } \\ \end{array}$$

$$a \times 5 \times 7 \times 3 = 420$$

$$\therefore a = 4$$

7. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

8. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

9. 두 자연수의 최대공약수가 18일 때, 두 수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 18의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.

따라서 두 자연수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수는 9이다.

10. 가로 길이가 200cm, 세로 길이가 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남는 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a , 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15(\text{개})$

$$\therefore a + b = 40 + 15 = 55$$

11. 아름이와 다운이는 각각 8 일, 12 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4 월 5 일에 함께 봉사활동을 하였다면 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 하는 날은 몇 월 며칠인가?

- ① 4 월 29 일 ② 4 월 30 일 ③ 4 월 28 일
④ 5 월 1 일 ⑤ 5 월 3 일

해설

$8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ 이다.

8 과 12 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 = 24$ 이다.

24 일 후인 29 일에 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 한다.

12. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1 번

② 2 번

③ 3 번

④ 4 번

⑤ 5 번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3 번 회전한 후이다.

13. 세 자연수 6, 8, 12 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 가 되는 100 보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

구하는 자연수는 $(6, 8, 12 \text{의 최소공배수}) + 5$ 의 꼴이다.

6, 8, 12의 최소공배수가 24 이므로

24의 배수는 24, 48, 72, 96, ...

따라서 조건을 만족하는 100 보다 작은 자연수는 29, 53, 77의 3 개이다.

14. 서로 다른 세 자연수 30, , 24 의 최대공약수가 6 이고, 최소 공배수가 1080 일 때, 의 최솟값은?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 108

해설

$$30 = 2 \times 3 \times 5, 24 = 2^3 \times 3$$

$$\text{최대공약수는 } 6 = 2 \times 3,$$

$$\text{최소공배수는 } 1080 = 2^3 \times 3^3 \times 5$$

$$\therefore \text{ } = 2 \times 3^3 = 54$$

15. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

① 23

② 55

③ 99

④ 111

⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로, I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

16. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

17. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기 자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한 남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는 조를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14 개

해설

짤 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,

$$98 = x \times \square, 84 = x \times \triangle$$

x 는 98 과 84 의 최대공약수

$$98 = 7^2 \times 2, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2 \times 7 = 14(\text{ 개})$$

18. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 50 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수의 개수는 33개

1부터 100까지의 자연수 중 4의 배수의 개수는 25개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이면서 4의 배수인 것의 개수는 8개

1부터 100까지의 자연수 중 3의 배수이거나 4의 배수인 것의 개수는

$$33 + 25 - 8 = 50 \text{ 개}$$

따라서 1부터 100까지의 자연수 중에서 3, 4중 어떤 수로도 나누어떨어지지 않는 수의 개수는

$$100 - 50 = 50 \text{ 개}$$

19. 일곱 자리 수 $a132784$ 가 7 의 배수이고, 네 자리 수 $b8c1$ 이 11 의 배수일 때, $a + b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

7 의 배수 : 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺀 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$a - 132 + 784 = 7k \rightarrow 652 + a = 7k \text{ 이므로 } a = 6 \text{ 이다.}$$

11 의 배수 : 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수이므로,

$$b + c - 9 = 11n \rightarrow b + c = 9 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

20. 두 자연수 A, B 의 최대공약수를 $[A, B]$ 로 나타낼 때,
 $[A, B] = [C, D] = k$ 이다. 다음을 간단히 하여라. (단, A 와
 C, D, B 와 C, D 는 서로소)

$$\left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : k

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$ 모두 인수 k 를 가진다.

AB 와 CD , AD 와 BC 는 모두 인수 k^2 을 가지고,

$(A+B)$ 와 $(C+D)$, $(A+D)$ 와 $(B+C)$ 는 모두 인수 k 를 가진다.

$$\therefore \left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[\frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$