

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 384 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

2. <보기>의 수 중에서 합성수를 모두 골라라.

보기
2 4 5 7 9 11 12

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 9

▷ 정답: 12

해설

보기의 수 중 합성수는 4, 9, 12 이다.

3. 108 을 소인수분해하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

$$3$$

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

4. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^3 \times 3^2$ ③ $2^4 \times 3^2 \times 5$
④ $2^4 \times 3 \times 5$ ⑤ $2^4 \times 5$

해설

가장 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2 가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

5. 자연수 $2^3 \times 3^a$ 의 약수의 개수가 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(a+1) = 12$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

6. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

\square 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

7. 어떤 수를 15로 나누면 7이 남는 수 중 100에 가장 가까운 수는?

- ① 90 ② 92 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

해설

어떤 수를 x 라 하고 몫을 k 라 하면 $x = 15 \times k + 7$ 이다.
 $k = 6$ 일 때, $x = 15 \times 6 + 7 = 97$ 이고 $k = 7$ 일 때, $x = 15 \times 7 + 7 = 112$ 이다.
따라서 100에 가장 가까운 수는 97이다.

8. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

10. $x = 5^{15} + 1$, $y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$
이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$
 $= 10^{13} \times 25$
따라서 xy 는 15 자리의 수이다.

11. $10^a = 1000$, $\frac{1}{10^b} = 0.01$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

이므로 $a = 3$ 이다.

$$\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

이므로 $b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3 + 2 = 5$ 이다.

12. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

$540 \times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는 $3 \times 5 = 15$

13. $28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$ 을 만족하는 자연수 z 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$28 \times x = \frac{588}{y} = z^2$$

$28 \times x$ 와 $\frac{588}{y}$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^2 \times 7 \times x = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} \text{ 에서}$$

$2^2 \times 7 \times x = z^2$ 을 만족하는 x 는 $7, 7 \times 2^2, 7 \times 3^2, 7 \times 4^2, \dots$

이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 2^4 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7^2, 2^6 \times 7^2, \dots$

이다.

$$\frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{y} = z^2 \text{ 을 만족하는 } y \text{ 는 } 3, 2^2 \times 3, 3 \times 7^2, 2^2 \times 3 \times 7^2$$

이고

이에 따른 z^2 의 값은 $2^2 \times 7^2, 7^2, 2^2, 1$ 이다.

따라서 두 식을 동시에 만족하는 값은

$x = 7, y = 3, z = 14$ 이다.

14. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로

약수의 개수는 $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$ 이므로

약수의 개수는

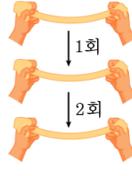
$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1)$ (개)

$6 \times (a+1) = 18$ 이므로

$a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

15. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘어 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?



- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
 ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 $(2 \times 2 \times 2)$ 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

16. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.
- ② 가장 작은 소수는 2 이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 두 소수의 곱은 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

- ㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.
- ㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

17. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

$$\text{따라서 } a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$$

$$a + b + m + n = 13$$

18. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.
(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.)

▶ 답:

▷ 정답: 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는 $(2, 3, 5)$, $(2, 3, 7)$ 의 두 가지 경우이다.
 $S(m) = 2 + 2 + 3 + 5$ 또는 $S(m) = 2 + 3 + 7$ 이므로 $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$ 따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

19. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

20. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값은?

- ㉠ 10 ㉡ 13 ㉢ 15 ㉣ 16 ㉤ 19

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.

$\therefore 8 \times 6 = 48$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.