

1. 다음 중 틀린 것은?

- ① 0 이 아닌 유리수는 항상 무한소수로 나타낼 수 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.
- ④ 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

해설

무한소수중 순환소수는 분수로 고칠 수 있다.

2. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{15}$

② $\frac{5}{24}$

③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2}$

④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7}$

⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이다.

① $\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5}$

② $\frac{5}{24} = \frac{5}{2^3 \times 3}$

③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2} = \frac{1}{2 \times 3^2}$

④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2 \times 5}$

⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

3. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳지 않은 것은?

① $0.555\cdots = 0.5\dot{5}$

② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}\dot{6}$

④ $8.020202\cdots = 8.\dot{0}\dot{2}$

⑤ $7.23434\cdots = 7.2\dot{3}\dot{4}$

해설

① $0.555\cdots = 0.\dot{5}$

4. $x = 1.222\cdots$ 일 때, $10x - x$ 의 값은?

- ① 1.1 ② 1.2 ③ 11 ④ 12 ⑤ 12.22

해설

10 을 곱하면 $10x = 12.222\cdots$
 $x = 1.222\cdots$ 이므로
 $10x - x = 11$ 이다.

5. 다음은 순환소수 $2.3\bar{2}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. () 안에 알맞지 않은 것은?

2.3 $\bar{2}$ 를 x 라고 하면
 $x = 2.3222\dots$...①
 $(\text{㉠}) = 232.222\dots$...②
 $10x = (\text{㉡})$...③
②에서 ③을 뺀다
 $(\text{㉢})x = (\text{㉣})$
 $\therefore x = (\text{㉤})$

- ① $100x$ ② 23.22 ③ 90 ④ 209 ⑤ $\frac{209}{90}$

해설

- ① $100x$
② $23.2222\dots$
③ 90
④ 209
⑤ $\frac{209}{90}$

6. $0.\dot{3}20\dot{5} = \square \times 3205$ 에서 \square 안에 알맞은 수는?

① 0.0001

② 0.001

③ 0.0001

④ 0.0001

⑤ 0.1001

해설

$$0.\dot{3}20\dot{5} = \frac{1}{9999} \times 3205$$

$$\frac{1}{9999} = 0.0001$$

7. 다음 수를 작은 수부터 차례대로 기호를 써라.

㉠ 3.1421	㉡ 3.141
㉢ 3.1412	㉣ 3.139

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉠

해설
㉠3.14212121... ㉡3.14111111... ㉢3.141212...
㉣3.139999...
 $3.139 < 3.141 < 3.1412 < 3.1421$

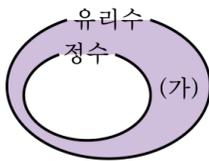
8. 순환소수 $1.\dot{1}5$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 3 ② 9 ③ 33 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.\dot{1}5 = \frac{115 - 1}{99} = \frac{38}{33} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{ 는 } 33 \text{ 이다.}$$

9. 다음 중 (가)에 해당하지 않는 것은?



- ① $-\frac{9}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 0.4 ④ 0.5 ⑤ π

해설

- (가) 정수가 아닌 유리수
- ① 정수가 아닌 유리수
- ② 정수가 아닌 유리수
- ③ 정수가 아닌 유리수
- ④ 정수가 아닌 유리수
- ⑤ 유리수가 아닌 수

10. $x = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되지 않는 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3, 12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2개이다.

11. 두 분수 $\frac{29}{180}$ 와 $\frac{8}{175}$ 에 같은 자연수 A 를 곱하여 모두 유한소수가 되도록 하려고 한다. 이 때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{29}{180} = \frac{29}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 9의 배수를 곱해야 하고,

$\frac{8}{175} = \frac{8}{7 \times 5^2}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 7의 배수를 곱해야 한다.

따라서 A 는 9와 7의 최소 공배수이므로 63이다.

12. 다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

㉠ $1 \leq x \leq 100$

㉡ $\frac{x}{78}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

▶ 답: 개

▶ 정답: 2 개

해설

$78 = 2 \times 39$ 이므로 x 는 39의 배수이다.
 $1 \leq x \leq 100$ 인 39의 배수는 39와 78이다.

13. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots, \frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 = 0.\dot{9}$

② $1 = 0.9\dot{0}$

③ $0.9 = 0.8\dot{9}$

④ $1.9 = 1.8\dot{9}$

⑤ $0.1 = 0.0\dot{9}$

해설

② $1 = 0.9$

15. $4 - 1.2\dot{6}\dot{5}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50 번째 자리 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$4 = 3.\dot{9}$ 이므로

$$4 - 1.2\dot{6}\dot{5} = 2.7343434\cdots = 2.7\dot{3}\dot{4}$$

즉, $4 - 1.2\dot{6}\dot{5}$ 는 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자 7 과 순환마디 2 개로 이루어져 있다.

따라서 순환마디가 아닌 첫 번째를 제외하면 50 번째 자리의 숫자는 순환되는 부분의 49 번째 숫자와 같다.

따라서 50 번째 자리 숫자는 3 이다.

16. 다음을 계산하여 분수로 나타내어라.

$$0.1 + 0.04 + 0.005 + 0.0004 + 0.00005 + \cdots$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{8}{55}$

해설

$$(주어진 식) = 0.14\bar{5} = \frac{145 - 1}{990} = \frac{144}{990} = \frac{8}{55}$$

17. $1+0.1+0.01+0.001+0.0001+0.00001+0.000001+\dots$ 을 계산하여
기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{9}$

해설

$$1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots = 1.11111\dots = 1.\bar{1}$$

$$1.\bar{1} = \frac{11-1}{9} = \frac{10}{9}$$

18. $0.1\dot{5} - 0.03\dot{8}$ 을 계산하여 소수로 나타낸 것은?

- ① $0.11\dot{7}$ ② $0.10\dot{5}$ ③ $0.11\dot{5}$ ④ $0.10\dot{6}$ ⑤ $0.11\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned} 0.1\dot{5} - 0.03\dot{8} &= \frac{15 - 1}{90} - \frac{38 - 3}{900} \\ &= \frac{140 - 35}{900} = \frac{105}{900} \\ &= 0.11\dot{6} \end{aligned}$$

19. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $\frac{1}{\frac{1}{x}-1}$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\text{(준식)} = \frac{1}{\frac{1-x}{x}} = \frac{1}{1-x} = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$

$$x = 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{x} - 1 = 9 - 1 = 8$$

20. $4.5\overline{6}$ 에 어떤 자연수를 곱하여 유한소수로 나타내려고 할 때, 가장 큰 한 자리 자연수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4.5\overline{6} = \frac{411}{90} = \frac{137}{30} = \frac{137}{2 \times 3 \times 5}$$

therefore 가장 작은 한 자리 자연수는 9

21. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 선우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}7$ 이 되었고, 지민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{7}{90}$ ② $\frac{11}{90}$ ③ $\frac{17}{90}$ ④ $\frac{7}{99}$ ⑤ $\frac{17}{99}$

해설

$$\text{선우 : } 0.\dot{1}7 = \frac{17}{99},$$

$$\text{지민 : } 0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지민이가 본 분자})}{(\text{선우가 본 분모})} = \frac{7}{99} = A \text{ 이다.}$$

22. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
 Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를
구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 32개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는
아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

23. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

∴ 8개

24. $\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} = 0.\overline{abcd}$ 일 때, $|a - b + c + d|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 1$$

$$\text{즉, } 21cd - 21 = 2157 \text{ 이므로}$$

$$21cd = 2157 + 21 = 2178$$

$$\therefore c = 7, d = 8$$

$$\therefore |a - b + c + d| = |2 - 1 + 7 + 8| = 16$$

25. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자부터 소수점 아래 50번째 자리의 숫자까지의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.384615$ 이므로 순환마디의 숫자 6개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 $(3+8+4+6+1+5) \times 8 + (3+8) = 227$

26. $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$ 를 만족하는 자연수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수 a 는 3, 4, 5, 6, 7

$$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

27. 순환소수 $0.3\bar{8}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 유한소수가 된다. 곱하는 두 자리 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 99

해설

$0.3\bar{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90}$ 에서 $\frac{7}{2 \times 3^2} \times x$ 가 유한소수가 되기 위해서는 x 가 9의 배수이므로 9의 배수 중 가장 큰 두 자리 자연수는 99

28. 7 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $a \leq b$ 일 때, $[a, b] = a, < a, b > = b$ 라 하고, $a \diamond b = \frac{\langle a, b \rangle}{[a, b]}$ 라고 정의할 때, $a \diamond b$ 의 값 중 무한소수가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$a \diamond b = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ 이다. 이들 중 무한소수가 되는 수는

분모가 3 인 경우는 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

분모가 6 인 경우는 $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$

분모가 7 인 경우는 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

따라서 $2 + 4 + 6 = 12$ (개)

29. 분수 $\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 고치면 유탄소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값은? (단, $2 < a < 10$)

- ① -11 ② -9 ③ -2 ④ 1 ⑤ 5

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유탄소수가 되어야 하므로, a 의 값은 9가 된다.
이것을 기약분수로 고치면, $\frac{1}{2^2 \times 5}$ 이므로, b 의 값은 20이 된다.
 $\therefore a - b = 9 - 20 = -11$

30. 분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 40 번째 자리에 오는 수를 a , 62 번째 자리에 오는 수를 b 라고 할 때, $0.\dot{a}b - 0.\dot{b}a$ 의 값을 순환소수로 구하면?

- ① 0.13 ② 0.19 ③ 0.23 ④ 0.27 ⑤ 0.31

해설

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} &= 0.428571, 40 = 6 \times 6 + 4 & \therefore a = 5 \\ 62 &= 6 \times 10 + 2 & \therefore b = 2 \\ \therefore 0.\dot{a}b - 0.\dot{b}a &= 0.5\dot{2} - 0.2\dot{5} = 0.2\dot{7} \end{aligned}$$