1. 자연수, 정수, 유리수에 대하여, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 <u>모두</u> 몇 개인가?

㉠ -1은 자연수가 아니다.
㉡ 3은 정수가 아니다.
㉢ $\frac{5}{3}$은 자연수이다.
㉣ -1.23은 유리수가 아니다.
㉤ $\frac{7}{12}$는 유리수이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ -1은 음의 정수
㉡ 3은 정수
㉢ $\frac{5}{3}$는 정수가 아닌 유리수
㉣ -1.23은 정수가 아닌 유리수
㉤ $\frac{7}{12}$는 정수가 아닌 유리수
즉, 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉣로 3개이다.

2. $\frac{3}{40}$ 의 분모, 분자에 어떤 수를 곱하여 분모가 10 의 거듭제곱 꼴이 될 때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{10^3} = \frac{75}{1000}$$

3. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $-\frac{7}{20}$	㉡ $\frac{7}{2^2\times 3\times 5}$	㉢ $\frac{7}{25}$
㉣ $\frac{3}{2\times 3^3}$	㉤ $\frac{4}{23}$	

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉠ $-\frac{7}{20}=-\frac{7}{2^2\times 5}$, ㉢ $\frac{7}{25}=\frac{7}{5^2}$

이므로 유한소수이다.

4. $\frac{a}{48}$, $\frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$

$\frac{a}{112} = \frac{a}{2^4 \times 7}$

유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

5. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}$ ② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$ ④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}1\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}\dot{7}$
② $3.0\dot{2}$
③ $0.3\dot{4}$
④ $1.5\dot{1}\dot{3}$
⑤ $3.\dot{2}1\dot{3}$

6. $\frac{4}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\frac{4}{7} = 0.571428571428\cdots$ 이므로 6 개의 숫자가 반복된다. 따라서 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 100 번째 자리의 숫자는 4 이다.

7. 순환소수 $34.0\dot{8}7\dot{2} = x$ 를 분수로 고칠 때, 필요한 식은?

① $1000x - x$　② $10000x - x$

③ $1000x - 10x$　④ $10000x - 10x$

⑤ $10000x - 1000x$

해설

소수점 아랫부분이 같아지도록 10 의 거듭제곱을 곱한다.
그러므로 $10000x - 10x$ 이다.

8. 다음은 $0.\dot{0}\dot{1} = \frac{1}{99}$ 임을 이용하여 $5.\dot{1}\dot{6}$ 을 분수로 고치는 과정을 나타낸 것이다. $\square$안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$
\begin{aligned}
5.\dot{1}\dot{6} &= 5 + 0.\dot{1}\dot{6} \\
&= 5 + 0.161616\cdots \\
&= 5 + \square \times 0.\dot{0}\dot{1} \\
&= 5 + \square \times \frac{1}{99} \\
&= \frac{\square}{99}
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 511

해설

$$
\begin{aligned}
5.\dot{1}\dot{6} &= 5 + 0.\dot{1}\dot{6} \\
&= 5 + 0.161616\cdots = 5 + 16 \times 0.\dot{0}\dot{1} \\
&= 5 + 16 \times \frac{1}{99} = \frac{511}{99}
\end{aligned}
$$

9. 부등식 $\frac{1}{9} \le 0.\dot{x} < \frac{3}{5}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{1}{9} \le \frac{x}{9} < \frac{3}{5}$

$\frac{5}{45} \le \frac{5x}{45} < \frac{27}{45}$

따라서 $5 \le 5x < 27$

$1 \le x < \frac{27}{5}$ 이므로 이 부등식을 만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

$\therefore a-b = 5-1 = 4$

10. $x = 0.\dot{2}$ 일 때, $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{x}+1}}$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$(\text{준식}) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{1+x}{x}}}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{\dfrac{x}{1+x}} = \frac{1}{x} + \frac{1+x}{x}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1$$

$$x = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1 = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 1 = 10$$

11. $0.\dot{5}\dot{6} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.3\dot{2} = b \times 0.0\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 15 ② 17 ③ 21 ④ 25 ⑤ 27

해설

$\frac{56}{99} = a \times \frac{1}{99}$

$\therefore\ a = 56$

$\frac{29}{90} = b \times \frac{1}{90}$

$\therefore\ b = 29$

$\therefore\ a - b = 56 - 29 = 27$

12. $3^{x+2} = 3^x \times \square$ 에서 $\square$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$3^{x+2} = 3^x \times 3^2$

13. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x+y+z$ 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$

$x = 6,\ y = 6,\ z = 3$

$\therefore\ x+y+z = 15$

14. 다음 중 $a^{12} \div a^2 \div a^4$ 과 계산 결과가 같은 것은?

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4)$　② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2$

③ $\dfrac{a^{12}}{a^8} \div a^2$　④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4)$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2$

해설

$a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$ 이다.

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4) = a^{12} \div (a^{8-4}) = a^{12} \div a^4 = a^8$

② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2 = a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$

③ $\dfrac{a^{12}}{a^8} \div a^2 = a^{12-8-2} = a^2$

④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4) = a^{12} \div (a^{2-4}) = a^{12} \div a^{-2} = a^{12-(-2)} = a^{14}$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2 = a^{12-5-2} = a^5$

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$ ② $(-5x)^2 = 25x^2$

③ $(x^3y)^4 = x^{12}y^4$ ④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^5$

⑤ $(-3a^3)^2 = 9a^6$

해설

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$

16. 다음 $\square$안에 알맞은 수는?

$$32^2 = 4^3 \times 2^{\square}$$

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^4 = 4^3 \times 2^{\square}$

$\therefore \square = 4$

17. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리 의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

해설

$4^9(5^{12} + 5) = 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5$

$= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17}$

이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로

$(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$

따라서 n은 14 자리 의 자연수이다.

18. $3^{2000} \le n^{2000} \le A^{1000}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 모두 4 개일 때, A 의 최솟값을 구하여라. (단, A 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

각 항의 지수를 통일하면

$3^{2000} \le n^{2000} \le A^{1000}$

$(3^2)^{1000} \le (n^2)^{1000} \le A^{1000}$

따라서 $3^2 \le n^2 \le A$ 를 만족하는 자연수 n 의 값이 4 개이므로

순서대로 $n = 3, 4, 5, 6$ 이다.

$\therefore 6^2 \le A < 7^2$ 에서 A 의 최솟값은 36

19. 다음 중 계수가 가장 큰 것과 가장 작은 것을 차례로 나열하면?

㉠ $3a \times 2b$	㉡ $\left(\frac{1}{4}ab\right)^2 \times (2ab)^3$
㉢ $(-ab)^3 \times 2b$	㉣ $(-4x) \times (-3y)^2$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠ $6ab$

㉡ $\frac{a^5b^5}{2}$

㉢ $-2a^3b^4$

㉣ $-36xy^2$

20. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이)×(한 모서리의 길이)×(한 모서리의 길이)
(한 모서리의 길이) 이므로
$27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

21. 어떤 식에 $3x^2+5x-4$ 를 빼었더니 $7x^2+3x+1$ 이 되었다. 어떤 식을 구하면?

① $-4x^2+2x-3$ ② $-4x^2-8x-5$ ③ $4x^2+8x-3$

④ $10x^2+8x-5$ ⑤ $10x^2+8x-3$

해설

$7x^2+3x+1+(3x^2+5x-4)$
$=7x^2+3x+1+3x^2+5x-4$
$=10x^2+8x-3$

22. $\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-1\right)-\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{3}x+2\right)=ax^2+bx+c$ 에서 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-1\right)-\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{4}{3}x+2\right)$

$=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x-1-\frac{3}{2}x^2+\frac{4}{3}x-2$

$=-x^2+x-3$

이므로 $a+b+c=(-1)+1+(-3)=-3$

23. $2y-\{x-(3x+4y-\square)\}=-3x+7y$ 일 때, $\square$안에 들어갈 알맞은 식을 구하여라.

① $5x+y$　② $-5x+2y$　③ $-5x-2y$

④ $5x-y$　⑤ $5x-2y$

해설

$2y-\{x-(3x+4y-\square)\}=-3x+7y$

$2y-(-2x-4y+\square)=-3x+7y$

$2x+6y-\square=-3x+7y$

$\therefore \square=5x-y$

24. $\frac{x}{6}(12x+24)-\frac{x}{12}(36-12x)=Ax^2+Bx$ 라 할 때, A − B 의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

(준식) $=2x^2+4x-(3x-x^2)$

$=3x^2+x=Ax^2+Bx$

$A=3,\ B=1$

$\therefore A-B=2$

25. $(15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$$(15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy$$
$$= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{xy}{4}$$
$$= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \times \frac{4}{xy}$$
$$= 60 - 8x^2 - 20y$$

x^2 의 계수 -8, y 의 계수 -20, 상수항 60
이들의 합을 구하면 $-8 - 20 + 60 = 32$ 이다.

26. $\frac{x}{6}(12x+24)-\frac{x}{12}(36-12x)=Ax^2+Bx$ 라 할 때, $A-B$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

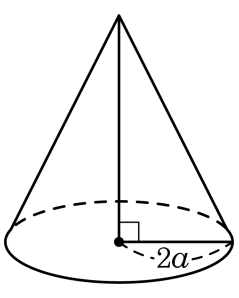
해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2+4x-(3x-x^2)\\ &= 3x^2+x=Ax^2+Bx\end{aligned}$$

$A=3,\ B=1$

$\therefore\ A-B=2$

27. 다음과 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2a$, 원뿔의 부피가 $(24a^3b - 20a^2b)\pi$ 라고 한다. $a = 2$, $b = 3$ 일 때, 높이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 63

해설

(원뿔의 부피) $= \frac{1}{3} \times$ (밑넓이) $\times$ (높이)

(원뿔의 부피) $= (24a^3b - 20a^2b)\pi$

(밑넓이) $= \pi(2a)^2 = 4\pi a^2$

$(24a^3b - 20a^2b)\pi = \frac{4\pi a^2}{3} \times h$

$h = (24a^3b - 20a^2b)\pi \times \frac{3}{4\pi a^2}$

$h = (6ab - 5b) \times 3$

$\therefore h = 18ab - 15b$

$a = 2$, $b = 3$ 일 때,

$18ab - 15b = 18 \times 2 \times 3 - 15 \times 3 = 108 - 45 = 63$

28. $A = 2x - y$, $B = -x + 2y - 3$이고, $A - 2B + 5$를 x, y에 관한 식으로 나타내었을 때, x의 계수, y의 계수, 상수항을 각각 a, b, c라 하면 $a + b + c$의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A = 2x - y$, $B = -x + 2y - 3$

$$\begin{aligned} A - 2B + 5 &= (2x - y) - 2(-x + 2y - 3) + 5 \\ &= 2x - y + 2x - 4y + 6 + 5 \\ &= 4x - 5y + 11 \end{aligned}$$

$\therefore\ a = 4,\ b = -5,\ c = 11$

따라서 $a + b + c = 4 + (-5) + 11 = 10$

29. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$$(3x-5y):7=(x-y):2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=-\frac{1}{3}x$

해설

$7(x-y)=2(3x-5y)$
$7x-7y=6x-10y,\ 3y=-x$
$\therefore\ y=-\frac{1}{3}x$

30. $5x-3y-7=-x+9y-1$ 일 때, $-5x+2y-1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay+b$ 라고 한다. $a+b$ 의 값은?

① -14 ② -10 ③ -5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$5x-3y-7=-x+9y-1,\ 6x=12y+6,\ x=2y+1$을 대입하면,

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -5(2y+1)+2y-1\\ &= -10y-5+2y-1\\ &= -8y-6\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b=-14$