

1. 자연수, 정수, 유리수에 대하여, 다음 중 옳지 않은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ -1은 자연수가 아니다.
- ㉡ 3은 정수가 아니다.
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 은 자연수이다.
- ㉣ -1.23은 유리수가 아니다.
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 유리수이다.

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ -1은 음의 정수
- ㉡ 3은 정수
- ㉢ $\frac{5}{3}$ 는 정수가 아닌 유리수
- ㉣ -1.23은 정수가 아닌 유리수
- ㉤ $\frac{7}{12}$ 는 정수가 아닌 유리수

즉, 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢, ㉣로 3개이다.

2. $\frac{3}{40}$ 의 분모, 분자에 어떤 수를 곱하여 분모가 10의 거듭제곱 꼴이 될 때, 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{10^3} = \frac{75}{1000}$$

3. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $-\frac{7}{20}$

㉡ $\frac{7}{2^2 \times 3 \times 5}$

㉢ $\frac{7}{25}$

㉣ $\frac{3}{2 \times 3^3}$

㉤ $\frac{4}{23}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\text{㉠ } -\frac{7}{20} = -\frac{7}{2^2 \times 5}, \text{ ㉢ } \frac{7}{25} = \frac{7}{5^2}$$

이므로 유한소수이다.

4. $\frac{a}{48}$, $\frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$$

$$\frac{a}{112} = \frac{a}{2^4 \times 7}$$

유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

5. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}7$

② $3.0\dot{2}$

③ $0.3\dot{4}$

④ $1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

6. $\frac{4}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\frac{4}{7} = 0.571428571428\dots$ 이므로 6 개의 숫자가 반복된다. 따라서 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 100 번째 자리의 숫자는 4 이다.

7. 순환소수 $34.0\dot{8}7\dot{2} = x$ 를 분수로 고칠 때, 필요한 식은?

① $1000x - x$

② $10000x - x$

③ $1000x - 10x$

④ $10000x - 10x$

⑤ $10000x - 1000x$

해설

소수점 아랫부분이 같아지도록 10 의 거듭제곱을 곱한다.
그러므로 $10000x - 10x$ 이다.

8. 다음은 $0.\dot{0}1 = \frac{1}{99}$ 임을 이용하여 $5.\dot{1}6$ 을 분수로 고치는 과정을 나타낸 것이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$\begin{aligned}
 5.\dot{1}6 &= 5 + 0.\dot{1}6 \\
 &= 5 + 0.161616\cdots \\
 &= 5 + \text{□} \times 0.\dot{0}1 \\
 &= 5 + \text{□} \times \frac{1}{99} \\
 &= \frac{\text{□}}{99}
 \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 16

▷ 정답 : 511

해설

$$\begin{aligned}
 5.\dot{1}6 &= 5 + 0.\dot{1}6 \\
 &= 5 + 0.161616\cdots = 5 + 16 \times 0.\dot{0}1 \\
 &= 5 + 16 \times \frac{1}{99} = \frac{511}{99}
 \end{aligned}$$

9. 부등식 $\frac{1}{9} \leq 0.\dot{x} < \frac{3}{5}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a , 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{9} \leq \frac{x}{9} < \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{45} \leq \frac{5x}{45} < \frac{27}{45}$$

따라서 $5 \leq 5x < 27$

$1 \leq x < \frac{27}{5}$ 이므로 이 부등식을 만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5
이다.

$$\therefore a - b = 5 - 1 = 4$$

10. $x = 0.\dot{2}$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + 1}}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x} + 1}} \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{1+x}} = \frac{1}{x} + \frac{1+x}{x} \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1\end{aligned}$$

$$x = 0.\dot{2} = \frac{2}{9}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1 = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + 1 = 10$$

11. $0.\dot{5}\dot{6} = a \times 0.0\dot{1}$, $0.3\dot{2} = b \times 0.0\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 15

② 17

③ 21

④ 25

⑤ 27

해설

$$\frac{56}{99} = a \times \frac{1}{99}$$

$$\therefore a = 56$$

$$\frac{29}{90} = b \times \frac{1}{90}$$

$$\therefore b = 29$$

$$\therefore a - b = 56 - 29 = 27$$

12. $3^{x+2} = 3^x \times \square$ 에서 \square 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3^{x+2} = 3^x \times 3^2$$

13. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

14. 다음 중 $a^{12} \div a^2 \div a^4$ 과 계산 결과가 같은 것은?

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4)$

② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2$

③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2$

④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4)$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2$

해설

$a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$ 이다.

① $a^{12} \div (a^8 \div a^4) = a^{12} \div (a^{8-4}) = a^{12} \div a^4 = a^8$

② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2 = a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$

③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2 = a^{12-8-2} = a^2$

④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4) = a^{12} \div (a^{2-4}) = a^{12} \div a^{-2} = a^{12-(-2)} = a^{14}$

⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2 = a^{12-5-2} = a^5$

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$

② $(-5x)^2 = 25x^2$

③ $(x^3y)^4 = x^{12}y^4$

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^5$

⑤ $(-3a^3)^2 = 9a^6$

해설

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$

16. 다음 안에 알맞은 수는?

$$32^2 = 4^3 \times 2^{\square}$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = (2^2)^3 \times 2^4 = 4^3 \times 2^{\square}$$

$$\therefore \square = 4$$

17. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12

② 14

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}4^9(5^{12} + 5) &= 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5 \\ &= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17}\end{aligned}$$

이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로

$(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$$

따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

18. $3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 모두 4 개일 때, A 의 최솟값을 구하여라. (단, A 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$$

$$(3^2)^{1000} \leq (n^2)^{1000} \leq A^{1000}$$

따라서 $3^2 \leq n^2 \leq A$ 를 만족하는 자연수 n 의 값이 4 개이므로
순서대로 $n = 3, 4, 5, 6$ 이다.

$\therefore 6^2 \leq A < 7^2$ 에서 A 의 최솟값은 36

19. 다음 중 계수가 가장 큰 것과 가장 작은 것을 차례로 나열하면?

㉠ $3a \times 2b$

㉡ $\left(\frac{1}{4}ab\right)^2 \times (2ab)^3$

㉢ $(-ab)^3 \times 2b$

㉣ $(-4x) \times (-3y)^2$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠ $6ab$

㉡ $\frac{a^5b^5}{2}$

㉢ $-2a^3b^4$

㉣ $-36xy^2$

20. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) × (한 모서리의 길이) 이므로
 $27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

21. 어떤 식에 $3x^2 + 5x - 4$ 를 빼었더니 $7x^2 + 3x + 1$ 이 되었다. 어떤 식을 구하면?

① $-4x^2 + 2x - 3$

② $-4x^2 - 8x - 5$

③ $4x^2 + 8x - 3$

④ $10x^2 + 8x - 5$

⑤ $10x^2 + 8x - 3$

해설

$$\begin{aligned} & 7x^2 + 3x + 1 + (3x^2 + 5x - 4) \\ &= 7x^2 + 3x + 1 + 3x^2 + 5x - 4 \\ &= 10x^2 + 8x - 3 \end{aligned}$$

22. $\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1\right) - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + 2\right) = ax^2 + bx + c$ 에서 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1\right) - \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{3}x + 2\right)$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{3}x - 2$$

$$= -x^2 + x - 3$$

$$\text{이므로 } a + b + c = (-1) + 1 + (-3) = -3$$

23. $2y - \{x - (3x + 4y - \square)\} = -3x + 7y$ 일 때, \square 안에 들어갈 알맞은 식을 구하여라.

① $5x + y$

② $-5x + 2y$

③ $-5x - 2y$

④ $5x - y$

⑤ $5x - 2y$

해설

$$2y - \{x - (3x + 4y - \square)\} = -3x + 7y$$

$$2y - (-2x - 4y + \square) = -3x + 7y$$

$$2x + 6y - \square = -3x + 7y$$

$$\therefore \square = 5x - y$$

24. $\frac{x}{6}(12x + 24) - \frac{x}{12}(36 - 12x) = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 4x - (3x - x^2) \\ &= 3x^2 + x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 1$$

$$\therefore A - B = 2$$

25. $(15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} & (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{1}{4}xy \\ &= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \div \frac{xy}{4} \\ &= (15xy - 2x^3y - 5xy^2) \times \frac{4}{xy} \\ &= 60 - 8x^2 - 20y \end{aligned}$$

x^2 의 계수 -8 , y 의 계수 -20 , 상수항 60

이들의 합을 구하면 $-8 - 20 + 60 = 32$ 이다.

26. $\frac{x}{6}(12x + 24) - \frac{x}{12}(36 - 12x) = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

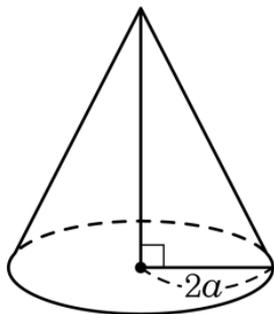
해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 4x - (3x - x^2) \\ &= 3x^2 + x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 1$$

$$\therefore A - B = 2$$

27. 다음과 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2a$, 원뿔의 부피가 $(24a^3b - 20a^2b)\pi$ 라고 한다. $a = 2$, $b = 3$ 일 때, 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = (24a^3b - 20a^2b)\pi$$

$$(\text{밑넓이}) = \pi(2a)^2 = 4\pi a^2$$

$$(24a^3b - 20a^2b)\pi = \frac{4\pi a^2}{3} \times h$$

$$h = (24a^3b - 20a^2b)\pi \times \frac{3}{4\pi a^2}$$

$$h = (6ab - 5b) \times 3$$

$$\therefore h = 18ab - 15b$$

$a = 2$, $b = 3$ 일 때,

$$18ab - 15b = 18 \times 2 \times 3 - 15 \times 3 = 108 - 45 = 63$$

28. $A = 2x - y$, $B = -x + 2y - 3$ 이고, $A - 2B + 5$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내었을 때, x 의 계수, y 의 계수, 상수항을 각각 a , b , c 라 하면 $a + b + c$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$A = 2x - y, B = -x + 2y - 3$$

$$\begin{aligned} A - 2B + 5 &= (2x - y) - 2(-x + 2y - 3) + 5 \\ &= 2x - y + 2x - 4y + 6 + 5 \\ &= 4x - 5y + 11 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 4, b = -5, c = 11$$

$$\text{따라서 } a + b + c = 4 + (-5) + 11 = 10$$

29. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$$(3x - 5y) : 7 = (x - y) : 2$$

▶ 답:

▷ 정답: $y = -\frac{1}{3}x$

해설

$$7(x - y) = 2(3x - 5y)$$

$$7x - 7y = 6x - 10y, \quad 3y = -x$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x$$

30. $5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$ 일 때, $-5x + 2y - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 라고 한다. $a + b$ 의 값은?

① -14

② -10

③ -5

④ 10

⑤ 14

해설

$5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$, $6x = 12y + 6$, $x = 2y + 1$ 을 대입하면,

$$(\text{준식}) = -5(2y + 1) + 2y - 1$$

$$= -10y - 5 + 2y - 1$$

$$= -8y - 6$$

$$\therefore a + b = -14$$