

1. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + n$ 의 최솟값은?

①

67

② 68

③ 69

④ 70

⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a + n$ 의 최솟값은 67이다.

2. 분수 $\frac{a}{30}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 10보다 작은 자연수 중에서 a 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{a}{30} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5}$ 이고 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 하므로 a 는 3 의 배수이어야 한다. 따라서 a 가 될 수 있는 수는 3, 6, 9 이다.

3. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 30 이하의 자연수일 때, a, b 의 값은?

① $a = 7, b = 10$

② $a = 21, b = 7$

③ $a = 14, b = 10$

④ $a = 21, b = 10$

⑤ $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$

$\therefore a = 21, b = 10$

4. 다음 분수 $\frac{2}{33}$ 을 소수로 나타내면?

① $0.\dot{6}$

② $0.0\dot{6}$

③ $0.0\dot{6}$

④ $0.\dot{6}\dot{0}$

⑤ $0.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$2 \div 33 = 0.060606 \dots = 0.0\dot{6}$$

5. 다음 순환소수 중 0.8 과 같은 것은?

① $0.7\dot{9}$

② $0.\dot{8}$

③ $0.8\dot{9}$

④ $0.\dot{7}\dot{9}$

⑤ $0.\dot{8}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{1} 0.7\dot{9} = \frac{79 - 7}{90} = \frac{72}{90} = \frac{4}{5} = 0.8$$

6. $3 - 2.\dot{3}\dot{4}\dot{5}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$3 = 2.\dot{9}$ 이므로

$$3 - 2.\dot{3}\dot{4}\dot{5} = 0.654545454\cdots = 0.6\dot{5}4$$

즉, $3 - 2.\dot{3}\dot{4}\dot{5}$ 는 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자 6 과 순환마디 2 개로 이루어져 있다.

따라서 순환마디가 아닌 첫 번째를 제외하면 100 번째 자리의 숫자는 순환되는 부분의 99 번째 숫자와 같다.

이때, $99 = 2 \times 49 + 1$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자 5 이다.

7. $1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + 0.0001 + 0.00001 + 0.000001 + \dots$ 을 계산하여
기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{9}$

해설

$$1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots = 1.11111\dots = 1.\dot{1}$$

$$1.\dot{1} = \frac{11 - 1}{9} = \frac{10}{9}$$

8. 다음 수 중에서 $\frac{1}{4}$ 보다 크고 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 수는 모두 몇 개인가?

$0.\dot{1}$, $0.\dot{2}$, $0.\dot{3}$, $0.\dot{4}$, $0.\dot{5}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$$

$$0.25 < x < 0.5$$

$$\therefore x = 0.\dot{3}, 0.\dot{4}$$

9. x 에 관한 일차방정식 $x + 0.0\dot{7} = 0.\dot{4}$ 의 해를 구하면?

① $\frac{1}{99}$

② $\frac{1}{90}$

③ $\frac{11}{30}$

④ $\frac{2}{15}$

⑤ $\frac{5}{90}$

해설

$$x = 0.\dot{4} - 0.0\dot{7} = \frac{4}{9} - \frac{7}{90} = \frac{40 - 7}{90} = \frac{33}{90} = \frac{11}{30}$$

10. 자연수 x, y 에 대하여 $0.3\dot{0}\dot{x} = \frac{y}{330}$ 일 때, 이 조건을 만족시키는 x, y 에 대하여 $x \times y$ 의 값을 구하여라. (단, $xy < 500$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 300

해설

$$0.3\dot{0}\dot{x} = \frac{300 + x - 3}{990} = \frac{297 + x}{990}$$

$$\frac{y}{330} = \frac{y \times 3}{330 \times 3} = \frac{3y}{990}$$

$$\text{즉, } \frac{297 + x}{990} = \frac{3y}{990} \text{ 이므로 } 297 + x = 3y$$

이때, $3y$ 는 3 의 배수이므로 $297 + x$ 도 3 의 배수이어야 한다.
따라서, $0 < x \leq 9$ 인 정수이므로 $x = 3, 6, 9$ 이다.

$$x = 3 \text{ 일 때, } y = 100$$

$$x = 6 \text{ 일 때, } y = 101$$

$$x = 9 \text{ 일 때, } y = 102$$

$$\therefore x \times y = 300 \text{ (} \because x \times y < 500 \text{)}$$

11. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}$ 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{901}$

② $\frac{41}{90}$

③ $\frac{40}{99}$

④ $\frac{41}{9}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

연우 : $0.\dot{4} = \frac{4}{9},$

지우 : $0.4\dot{1} = \frac{41}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$

12. 세 수의 곱이 모두 2^{24} 이 되도록 하는 서로 다른 2^x (단, x 는 자연수)의 형태의 수를 찾으려 한다. 학생들의 대화 중 틀린 말을 한 사람을 골라라.

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 으로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네.

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2 \times 3 \times 4} = 2^{24}$ 도 되겠구나.

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼.

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나.

▶ 답 :

▷ 정답 : 동성

해설

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.
(○)

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네.(○)

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2+3+4} = 2^9$ (×)

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a + b + c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼.(○)

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나.(○)

13. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^{12-2a} = x^2, 12 - 2a = 2$$

$$\therefore a = 5$$

$$y^{3b-9} = 1, 3b - 9 = 0$$

$$\therefore b = 3$$

$$x^{8-2c-1} = x^{-1}, 8 - 2c - 1 = -1$$

$$\therefore c = 4$$

$$\therefore a + b - c = 4$$

14. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,
 a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

15. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

16. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$

③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수

③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수

④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

17. $2 \times 2^{\square} \times 2^3 = 64$ 일 때, $\square$ 안의 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{\square} \times 2^4 = 64 = 2^6$$

$$\square + 4 = 6 \quad \therefore \square = 2$$

18. $\frac{7}{3}x^4 \div \left(\frac{7}{12}x^3y\right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$ 을 간단히 하면?

- ① $-16x^8y^3$ ② $-\frac{16x^6}{y}$ ③ $-\frac{16}{y^3}$
- ④ $-\frac{1}{16y^3}$ ⑤ $-\frac{16x^8}{y^3}$

해설

$$\frac{7x^4}{3} \times \frac{12}{7x^3y} \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) = -\frac{16}{y^3}$$

19. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} (-2xy^2) \times (3x)^2 \div (6y)^2 = -\frac{x^3}{2}$$

$$\textcircled{2} 14a^2 \div (-2b^2)^2 \times (2ab^2)^2 = 14a^4$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{2}{3}a^2\right)^2 \times (3b^2)^2 \div (4ab^2)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\textcircled{4} (10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 = 25a^2$$

$$\textcircled{5} (-4x^2y) \div \left(-\frac{2}{3}y^2\right) \times (2xy^2)^3 = 48x^5y^5$$

해설

$$\textcircled{1} (-2xy^2) \times 9x^2 \times \frac{1}{36y^2} = -\frac{x^3}{2}$$

$$\textcircled{2} 14a^2 \div 4b^4 \times 4a^2b^4 = 14a^4$$

$$\textcircled{3} \frac{4}{9}a^4 \times 9b^4 \times \frac{1}{16a^2b^4} = \frac{a^2}{4}$$

$$\begin{aligned}\textcircled{4} (10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 \\ = 100a^2 \times a^2b^4 \div \frac{1}{9}a^2b^4 = 900a^2\end{aligned}$$

$$\textcircled{5} (-4x^2y) \times \left(-\frac{3}{2y^2}\right) \times 8x^3y^6 = 48x^5y^5$$

20. $3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3}$ 에서 $\square$ 안에 공통으로 들어갈 식으로 옳은 것은?

① $\pm a^2b^3$

② $\pm 2a^3b^3$

③ $\pm 3a^2b^3$

④ $\pm 3a^3b^3$

⑤ $\pm 4a^3b^4$

해설

$$3a^6b^9 \div \square^3 = \frac{\square}{27a^2b^3} \text{ 는 } \frac{3a^6b^9}{\square^3} = \frac{\square}{27a^2b^3} \text{ 로 나타낼 수 있다.}$$

이 식을 다시 정리하면,

$$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = \square^4 \text{ 이고 이는,}$$

$$(3a^6b^9) \times (27a^2b^3) = (81a^8b^{12}) = \square^4 \text{ 이므로 } \square = \pm 3a^2b^3 \text{ 이다.}$$

21. 식 $(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4)$ 를 간단히 하면?

① $3a + 4b - 5$

② $3a + 2b - 3$

③ $5a - 2b - 3$

④ $5a + 2b + 3$

⑤ $5a - 2b + 3$

해설

$$(4a + b - 1) - (-a + 3b - 4)$$

$$= 4a + b - 1 + a - 3b + 4$$

$$= 5a - 2b + 3$$

22. $\frac{6x^2 - 9x}{3x} - \frac{x^2 - 8x - 4}{2} = ax^2 + bx + c$ 에서 $ab - c$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{6x^2 - 9x}{3x} = 2x - 3$$

$$2x - 3 - \frac{1}{2}x^2 + 4x + 2 = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = 6, c = -1$$

$$\therefore ab - c = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 6 - (-1) = -3 + 1 = -2$$

23. $3x - [-2x + 2y - 3\{x + 2y - (x - 2y)\}] + 2x$ 를 간단히 하였더니 $ax + by$ 가 되었다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned} & 3x - [-2x + 2y - 3\{x + 2y - (x - 2y)\}] + 2x \\ &= 3x - \{-2x + 2y - 3(x + 2y - x + 2y)\} + 2x \\ &= 3x - \{-2x + 2y - 3(4y)\} + 2x \\ &= 3x - (-2x + 2y - 12y) + 2x \\ &= 3x - (-2x - 10y) + 2x \\ &= 3x + 2x + 10y + 2x = 7x + 10y \\ &a = 7, b = 10 \quad \therefore a + b = 17 \end{aligned}$$

24. $(5x + a)(bx + 4)$ 를 전개한 식이 $-15x^2 + cx + 8$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

$$(5x + a)(bx + 4) = 5bx^2 + (20 + ab)x + 4a$$

$$5bx^2 + (20 + ab)x + 4a = -15x^2 + cx + 8$$

$$4a = 8, \therefore a = 2$$

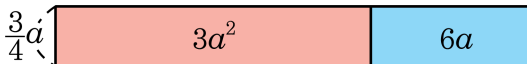
$$5b = -15, \therefore b = -3$$

$$20 + ab = 20 + 2 \times (-3) = 20 - 6 = 14, \therefore c = 14$$

$$\therefore a = 2, b = -3, c = 14$$

$$\therefore a + b - c = -15$$

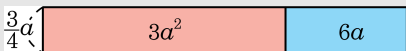
25. 세로의 길이가 $\frac{3}{4}a$ 인 직사각형을 다음 그림과 같이 두 부분으로 나누었더니 각각의 넓이가 $3a^2$, $6a$ 가 되었다. 처음 직사각형의 가로 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4a + 8$

해설



(가로의 길이)

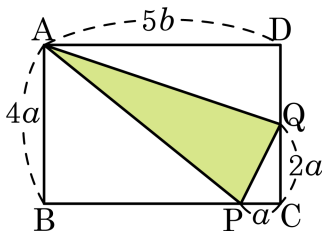
전체 직사각형의 넓이는 $3a^2 + 6a$ 이다.

$$(\text{가로의 길이}) \times \frac{3}{4}a = 3a^2 + 6a$$

$$(\text{가로의 길이}) = (3a^2 + 6a) \times \frac{4}{3a} = 4a + 8$$

$$\therefore (\text{가로의 길이}) = 4a + 8$$

26. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 변 위에 각각 점 P, Q를 잡을 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는?



① $a^2 + ab$

② $a^2 + 2ab$

③ $a^2 + 3ab$

④ $a^2 + 4ab$

⑤ $a^2 + 5ab$

해설

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times (5b - a) \times 4a = 2a(5b - a) = 10ab - 2a^2$$

$$\triangle ADQ = \frac{1}{2} \times 5b \times (4a - 2a) = \frac{1}{2} \times 5b \times 2a = 5ab$$

$$\triangle PCQ = \frac{1}{2} \times a \times 2a = a^2$$

$$\therefore \triangle APQ = \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle ADQ + \triangle PCQ)$$

$$= 5b \times 4a - \{(10ab - 2a^2) + 5ab + a^2\}$$

$$= 20ab - (15ab - a^2)$$

$$= 20ab - 15ab + a^2$$

$$= 5ab + a^2$$

27. $a = \frac{1}{7}$, $b = -\frac{1}{5}$ 일 때, $3(a + b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(\text{준식}) = 3a + 3b + 2b - 3a = 5b = -1$$

28. $A = x - 2y$, $B = 2x - y + 3$ 일 때, 식 $A - (B - A) - 2B + 5$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $3x - 3y + 3$

② $-3x - 4y + 3$

③ $-4x - y - 4$

④ $-4x - y + 14$

⑤ $-4x - 7y + 4$

해설

$$\begin{aligned} & A - (B - A) - 2B + 5 \\ &= A - B + A - 2B + 5 \\ &= 2A - 3B + 5 \\ &= 2(x - 2y) - 3(2x - y + 3) + 5 \\ &= 2x - 4y - 6x + 3y - 9 + 5 \\ &= -4x - y - 4 \end{aligned}$$

29. $\frac{a-3b}{3} - \frac{3a-5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

① $a = \frac{2}{3}b$

② $a = -\frac{2}{3}b$

③ $a = \frac{4}{27}b$

④ $a = \frac{10}{29}b$

⑤ $a = \frac{15}{29}b$

해설

양변에 12를 곱하면

$$4(a-3b) - 3(3a-5b) = 12(2a-b)$$

$$4a - 12b - 9a + 15b = 24a - 12b$$

$$\therefore 29a = 15b$$

$$\therefore a = \frac{15}{29}b$$

30. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$ 일 때, $\frac{x+3xy+y}{x-2xy+y}$ 의 값을 $\frac{b}{a}$ 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$ 의 양변에 xy 를 곱하면

$$y + x = 4xy$$

$$\frac{x+3xy+y}{x-2xy+y} = \frac{4xy+3xy}{4xy-2xy} = \frac{7xy}{2xy} = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a = 7, b = 2$$

$$\therefore a + b = 7 + 2 = 9$$