

1. 100 을 나누어 몫이 5 이고 나머지가 5 인 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $5 \times a + 5 = 100$, $5 \times a = 95$ 이므로 $a = 19$ 이다.

2. 다음 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수는 모두 몇 개인가?

7, 12, 15, 19, 23, 38, 45, 81

- ① 없다. ② 1 개 ③ 3 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

12 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12

15 의 약수 : 1, 3, 5, 15

38 의 약수 : 1, 2, 19, 38

45 의 약수 : 1, 3, 5, 9, 15, 45

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

이므로 소수는 7, 19, 23 의 3 개이다.

3. 다음 중 약수가 2 개뿐인 수는?

① 9

② 24

③ 37

④ 42

⑤ 49

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 37 이다.

4. 다음 보기 중 소수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

11 22 51 53 79 149

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

소수인 것은 11, 53, 79, 149 이다. 따라서 4 개이다.

5. 다음 소인수분해한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $24 = 2^3 \times 3$

② $36 = 2^2 \times 9$

③ $42 = 2 \times 3 \times 7$

④ $88 = 2 \times 4 \times 11$

⑤ $160 = 2^4 \times 5^2$

해설

② $36 = 2^2 \times 3^2$

④ $88 = 2^3 \times 11$

⑤ $160 = 2^5 \times 5$

6. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

① $26 = 2 \times 13$

② $36 = 2^3 \times 3^2$

③ $42 = 6 \times 7$

④ $54 = 2^2 \times 3^3$

⑤ $128 = 2^8$

해설

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ 2×3^3

⑤ 2^7

7. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3, 7

③ 2, 3, 5, 7

④ $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$

⑤ $2^3, 3^2, 5, 7^4$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

8. 다음 중 360 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 1, 2, 3

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ 2, 3, 5

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

9. 220의 소인수의 합을 구하면?

① 2

② 4

③ 8

④ 18

⑤ 32

해설

220을 소인수분해하면 $220 = 2^2 \times 5 \times 11$
소인수는 2, 5, 11이다.

$$2 + 5 + 11 = 18$$

10. 60의 소인수를 구하면?

① 2, 3

② 2, 3, 5

③ 2^3 , 3, 5

④ 1, 2, 3, 5

⑤ 2, 1, 1

해설

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60의 소인수는 2, 3, 5이다.

11. 72 의 소인수를 모두 구하면?

① 8, 9

② 2, 3

③ $2^3, 3^2$

④ 11, 51

⑤ 2, 36

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2 와 3 이다.

$\therefore 2, 3$

12. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

13. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45

② 60

③ 75

④ 90

⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

14. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

15. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 4 인 경우는
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
 2^3 과 2×3 이고
그중 2×3 이 더 작으므로
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

16. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

17. 28 과 약수의 개수가 같은 수는?

① 24

② 70

③ 49

④ 72

⑤ 63

해설

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ 개

① $24 = 2^3 \times 3$ 이므로 $4 \times 2 = 8$ (개)

② $70 = 2 \times 5 \times 7$ 이므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

③ $49 = 7^2$ 이므로 3 (개)

④ $72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 $4 \times 3 = 12$ (개)

⑤ $63 = 3^2 \times 7$ 이므로 $3 \times 2 = 6$ (개)

18. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 약수가 1 개뿐인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 은 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 유한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 은 서로소이다.
- ㉤ 십의 자리의 숫자가 p , 일의 자리의 숫자가 q 인 수가 소수이면 pq 도 소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 약수가 1 과 자기 자신인 수를 소수라고 한다.
- ㉡ 133 의 약수는 1, 7, 19, 133 이므로 합성수이다.
- ㉢ 소수의 개수는 무한개이다.
- ㉣ 3 과 1123 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ㉤ $p \times q$ 의 약수가 1, p , q , $p \times q$ 이므로 소수가 아니다.

19. $x = 5^{15} + 1$, $y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$$

이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로

$5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{15} \times 2^{13} &= 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2 \\ &= (5 \times 2)^{13} \times 25 \\ &= 10^{13} \times 25 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 15 자리의 수이다.

20. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

21. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉤ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

① ㉠

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉤ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

22. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

① 3

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

540 $\times$ x 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는 $3 \times 5 = 15$

23. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2 \text{ 이므로}$$

$$\text{약수의 개수는 } (5 + 1) \times (2 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a \text{ 이므로}$$

약수의 개수는

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (a + 1) = 6 \times (a + 1) \text{ (개)}$$

$$6 \times (a + 1) = 18 \text{ 이므로}$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

24. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

25. 일곱 자리 수 $1706xy2$ 가 8 의 배수도 되고 9 의 배수도 된다. 이 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 11

해설

어떤 수가 8 의 배수라면 마지막 세 자리가 000 또는 8 의 배수이고,

어떤 수가 9 의 배수라면 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이다.

$1706xy2$ 가 8 의 배수가 되려면 $xy2$ 가 8의 배수이어야 한다.

$1 + 7 + 0 + 6 + x + y + 2$ 가 9 의 배수가 되려면 $x + y$ 가 2, 11 이어야 한다.

두 조건으로 순서쌍 (x, y) 를 구해 보면,

$$\therefore (x, y) = (1, 1), (4, 7), (8, 3)$$

$$\therefore x + y = 2, 11$$