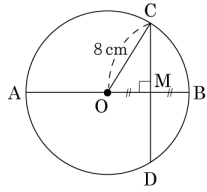


1. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{OM} = \overline{MB}$ 이고, 반지름이 8cm 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?

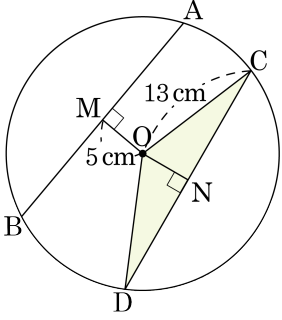


- ① 10cm ② $10\sqrt{2}$ cm ③ $8\sqrt{3}$ cm
 ④ 12cm ⑤ $12\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{OM} = \overline{MB} = 4\text{cm}$
 $\triangle OCM$ 에서 $\overline{CM} = 4\sqrt{3}\text{cm}$
 $\therefore \overline{CD} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

2. 다음 그림의 원 O 에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



- ① 35cm^2 ② 40cm^2 ③ 52cm^2
④ 60cm^2 ⑤ 72cm^2

해설

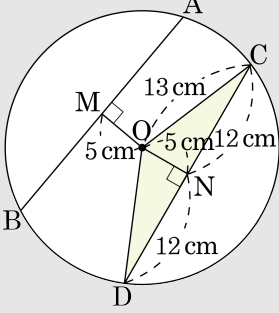
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

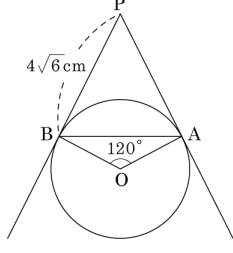
$$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$$



3. 다음 그림과 같이 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점이 A, B 이고, $\angle AOB = 120^\circ$, $PB = 4\sqrt{6}\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

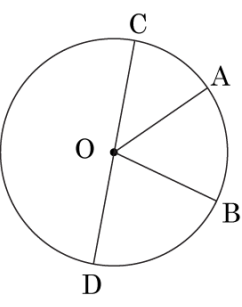


- ① $\overline{OP} = 8\sqrt{2}\text{cm}$
- ② $\overline{AP} = 4\sqrt{6}\text{cm}$
- ③ $\overline{AB} = 4\sqrt{6}\text{cm}$
- ④ (부채꼴 AOB의 넓이) $= \frac{32\sqrt{6}}{3}\pi\text{cm}^2$
- ⑤ (□OAPB의 둘레) $= (8\sqrt{2} + 8\sqrt{6})\text{cm}$

해설

$$(\text{부채꼴 AOB의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{2})^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{32}{3}\pi(\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle COD = 3\angle AOB$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

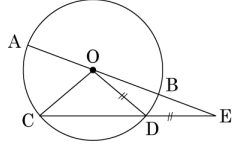


- ① $3\overline{AB} = \overline{CD}$ ② $3\triangle OAB = \triangle CBD$
 ③ $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ ④ $35.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$
 ⑤ $3\overline{AB} < \overline{CD}$

해설

한 원 또는 합동인 두 원에서 중심각의 크기에 정비례하는 것은 호의 길이와 부채꼴 넓이이다.

5. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 $\overline{AB}$ 와 현 CD 의 연장선의 교점을 E 라 하고 $\widehat{DO} = \widehat{DE}$, $\angle E = 30^\circ$ 라고 할 때, $(5.0\text{pt}\widehat{AC} \text{의 길이}) : (5.0\text{pt}\widehat{BD} \text{의 길이})$ 는?



- ① 2 : 1 ② 2 : 3 ③ 3 : 1 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

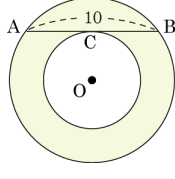
해설

$\angle BOD = 30^\circ$ ($\because \widehat{DE} = \widehat{DO}$)
 $\angle ODC = 60^\circ$ (삼각형의 외각의 성질)
 $\angle OCD = 60^\circ$ ($\because \widehat{OD} = \widehat{OC} =$ 반지름)

$$\therefore \angle AOC = \angle OCE + \angle BED = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

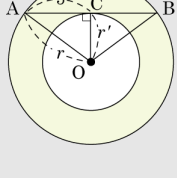
$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \angle AOC : \angle BOD = 90^\circ : 30^\circ = 3 : 1$$

6. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $AB = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



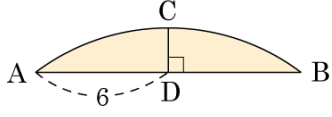
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

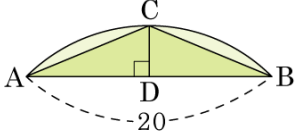
원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

8. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26인 원의 일부이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $20\sqrt{2}$ ③ 20 ④ 25 ⑤ $24\sqrt{5}$

해설

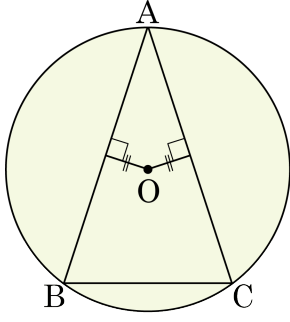
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

9. 다음 그림의 원 O에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 10\pi$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 길이는?



- ① 15π ② 18π ③ 22π ④ 25π ⑤ 30π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 30^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 75^\circ$

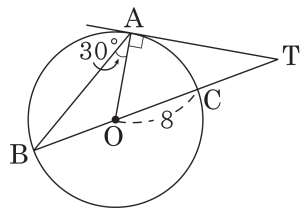
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = \angle BAC : \angle ABC$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 30^\circ : 75^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 25\pi$$

10. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

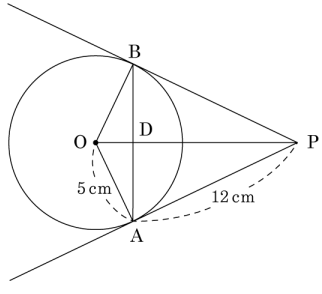


- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 8$
 $1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$
 $\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

11. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. PA = 12cm 일 때, AB 의 길이는?



- ① 24cm ② $\frac{192}{2}$ cm ③ $\frac{120}{13}$ cm
 ④ $\frac{124}{5}$ cm ⑤ 25cm

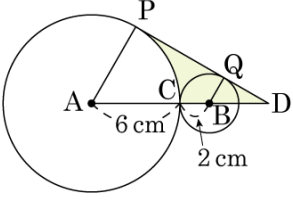
해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13$ cm 이다.
 또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13} \text{cm}$$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}$ cm 이다.

12. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm, 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2 개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(18\sqrt{2} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ② $(18\sqrt{2} - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ③ $(18\sqrt{3} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ④ $(36 - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ⑤ $(18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2$

해설

(1) $\triangle PAD \sim \triangle QBD$ 이므로

$\overline{BD} = x \text{ cm}$ 라 하면,

$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$

$2 : 6 = x : (x + 8)$

$\therefore x = 4$

(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서

부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.

$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

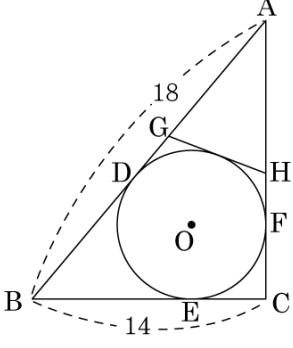
따라서, $\angle PAC = 60^\circ$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$= (18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2 \text{ 이다.}$$

13. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

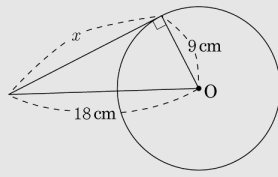
해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$
 $\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$
 $\triangle AGH$ 의 둘레가 20이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$
 $\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 6$
 $\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

14. 반지름의 길이가 9cm인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

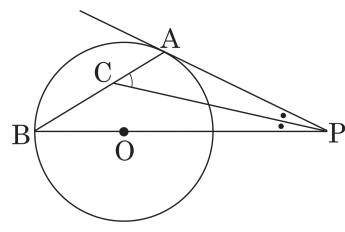
- ① $9\sqrt{3}\text{cm}$ ② $10\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $11\sqrt{3}\text{cm}$
④ $12\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $13\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2 (4 - 1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

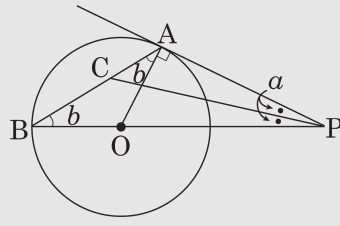
15. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면
 $\angle OAP = 90^\circ$



$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$\therefore a + b = 45^\circ$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$