1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 2 는 소수이다.

② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.

③ 1 은 소수가 아니다.

④ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.

⑤ 소수는 약수가 1 개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2 개이다.

2. 다음은 소인수분해를 하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ 2 & \square \\ \square & 9 \\ & 3 \end{array}$$

$$36=2^{\square}\times\square^{2}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 18

▷ 정답: 3

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$

3. 다음 수 중 21 과 서로소인 수는?

① 6 ② 14 ③ 18 ④ 26 ⑤ 35

해설

$21 = 3 \times 7$

① 2×3

② 2×7

③ 2×3^2

④ 2×13

⑤ 5×7

21 과의 최대공약수가 1 인 수는 ④이다.

4. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$ ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore$ $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$

5. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 12 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 5 는 12 의 약수가 아니다.

6. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×3^2
$\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

7. 세 수 2×7^2 , $2^2\times7\times11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2\times5\times7\times11$

② $2^2\times3\times7\times11^2$

③ $2^3\times5\times7^2\times11\times13$

④ $2^2\times5\times7^2\times11^2$

⑤ $2^2\times5^2\times7^3\times11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2\times5\times7^2\times11^2$ 이다.

8. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

어떤 수는 35, $72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

9. 다음은 희철이가 인진이에게 보낸 핸드폰 문자이다. 암호 숫자를 구하여라.

To. 인진
인진아, 오른쪽 숫자판에서
소수가 적힌 칸을 모두 색칠하면
암호 숫자가 나타난대.
한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

문자 메세지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는 $2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43$ 이다. $16, 20, 24, 49, 98$ 은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

10. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

11. 60 에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$60 \times A = B^2$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 $A = 3 \times 5 = 15$

$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$

$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$

$\therefore A + B = 45$

12. 소인수분해를 이용하여 72 의 약수를 구하기 위해 만든 것이다. 빈칸에 알맞은 수를 모두 구해 그 합을 구하여라.

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	
3	3		12	24
3^2		18	36	72

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$\times$	1	2	2^2	2^3
1	1	2	4	8
3	3	6	12	24
3^2	9	18	36	72

$8 + 6 + 9 = 23$

13. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6 ② $2^2 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7 ⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

14. 72 의 약수의 개수와 $5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는
$(3+1) \times (2+1) = 12$ (개) 이다.
$5^x \times 11^2$ 의 약수의 개수는
$(x+1) \times (2+1) = 12$ (개) 가 되어야 한다.
$\therefore \ x = 3$

15. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5+1=6$ (개) 이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3+1)\times(2+1)=12$ (개) 이다.

16. 다음 설명 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.

② 7 의 배수 중에서 소수는 1개이다.

③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.

④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1 이다.

⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1 과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

17. 두 자연수 $6\times x$, $8\times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$6\times x=2\times 3\times x$

$6\times x=2^3\times 3\times x$

최소공배수 : $2^3\times 3\times x=216\cdots$①

$24\times x=216$

$x=216\div 24=9$

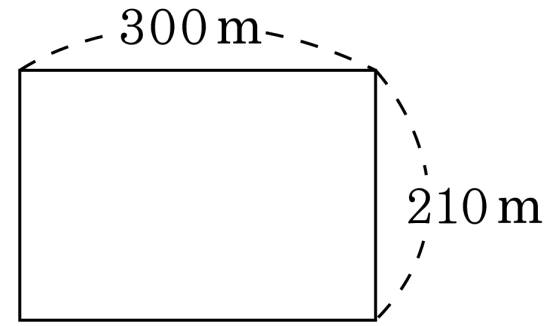
18. x는 $16, 32, 80$의 공배수 중 500 보다 작은 자연수일 때, x값의 개수를 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

16, 32, 80 의 공배수는 160 의 배수이다.
500 보다 작은 160 의 배수는 160, 320, 480 으로 3 개이다.

19. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 300 m , 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루

④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30$ (m) $\times 10$ (그루)
세로 $210 = 30$ (m) $\times 7$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
$(10 + 7) \times 2 = 34$ (그루)

20. 가로, 세로, 높이가 각각 $18, 10, 6$ 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 90 개 ② 450 개 ③ 545 개

④ 675 개 ⑤ 735 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이는 $18,\ 10,\ 6$ 의 최소공배수이므로 90 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$(90 \div 18) \times (90 \div 10) \times (90 \div 6) = 5 \times 9 \times 15 = 675$(개) 이다.

21. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11} ② $2^3 \times 3^2$ ③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

22. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누너주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7,\ 84 = 2^2 \times 3 \times 7,\ 70 = 2 \times 5 \times 7$

56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

23. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 cm

▷ 정답 : 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
x 는 45, 60, 90 의 최대공약수
$45 = 3^2 \times 5,\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5,\ 90 = 2 \times 3^2 \times 5$
$\therefore\ x = 3 \times 5 = 15\ (\text{cm})$
$45 = 15 \times 3,\ 60 = 15 \times 4,\ 90 = 15 \times 6$
$\therefore\ 3 \times 4 \times 6 = 72\ (\text{개})$

24. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

25. 두 자연수의 최대공약수가 5 , 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
(두 수의 곱)= 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

26. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

① 42 ② 84 ③ 90 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수) 이므로
$84 = 1\times$ (최소공배수)
따라서 최소공배수는 84 이다.

27. $2^7 = a,\ 13^b = 169$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① 120 ② 122 ③ 124 ④ 126 ⑤ 128

해설

$2^7 = 128,\ 13^2 = 169$ 이므로 $a = 128,\ b = 2$ 이다. 따라서 $a - b = 126$ 이다.

28. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다. ③ 지수는 5 이다.

④ 밑은 2 이다. ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
③ 지수는 2 이다.
④ 밑은 5 이다.
⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

29. 우리 반 영어 선생님은 24 일에 한 번씩 영어 단어 시험을 보고, 18 일에 한 번씩 노트 검사를 한다. 오늘 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후에 다시 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는지 구하여라.

▶ 답 : 일 후

▷ 정답 : 72일 후

해설

24 일마다, 18 일마다 영어 단어 시험과 노트검사를 한다고 하였으므로 24와 18 의 최소공배수인 72 일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

30. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돈 후인가?

① 4 바퀴 ② 5 바퀴 ③ 6 바퀴

④ 7 바퀴 ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ A 가 돈 회수는 $\dfrac{144}{36} = 4$(바퀴) 이다.