

1. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ \quad 5 \end{array}$$

2. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7

⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

3. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

① 2, 6

② 3, 7

③ 4, 10

④ 8, 12

⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.

③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.

④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.

⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.

따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 가장 작은 소수는 2 이다.

② 100 과 243 는 서로소이다.

③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.

④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.

⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례 : 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

5. 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라.

$$2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^3 \times 7^2$$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$2 \times 3 = 6$$

6. 28의 약수이면서 42의 약수도 되는 수를 모두 찾아 그 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

28 과 42 의 공약수를 구하면 된다.

$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로

28과 42 의 공약수는 1, 2, 7, 2×7 이고 합은 $1 + 2 + 7 + 14 = 24$ 이다.

7. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

8. 다음 두 수의 최소공배수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

36, 48

① 2×3

② 2×3^2

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^4 \times 3$

⑤ $2^4 \times 3^2$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ \underline{2} \\ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \\ \underline{2} \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ \underline{3} \\ 3 \end{array}$$

3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ \underline{2} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ \underline{2} \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ \underline{2} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \\ \underline{2} \\ 3 \end{array}$$

3

$$\therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 48 = 2^4 \times 3$$

따라서 최소공배수는 $2^4 \times 3^2$ 이다.

9. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 34 일 때, 두 자연수의 공배수 중 두 자리 수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 34

▷ 정답: 68

해설

최소공배수는 공배수 중에서 제일 작은 수를 말하므로 최소공배수 34 의 배수를 구하면 된다.

두 자연수의 공배수는 34, 68, 102, ... 이고, 이 중에서 두 자리 공배수는 34, 68 이다.

10. 최대공약수가 6 인 두 자연수 A, B 에 대하여 $A \times B = 540$ 이 성립한다.
이때, 두 수 A, B 의 최소공배수는?

① 50

② 60

③ 70

④ 80

⑤ 90

해설

$(A \times B) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수})$ 이므로

$540 = 6 \times (\text{최소공배수})$

따라서 두 수의 곱은 90 이다.

11. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a 를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

12. 다음 중 81 의 약수는?

① 2

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 9

해설

81 의 약수는 1, 3, 9, 27, 81 이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 9 는 9 의 약수이다.

② 8 은 8 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 276 은 6 의 배수이다.

⑤ 364 는 7 의 배수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$, ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$

15. $3^a = 81$, $5^b = 625$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$3^4 = 81$, $5^4 = 625$ 이므로 $a + b = 4 + 4 = 8$ 이다.

16. 다음 수의 소인수의 합을 구하여라.

60

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

소인수는 2, 3, 5 이다.

따라서 소인수의 합은 $2 + 3 + 5 = 10$ 이다.

17. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 37

해설

$$\frac{140}{x} = y^2 \text{ 에서}$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$x = 5 \times 7$$

$$2^2 = y^2$$

$$2 = y$$

$$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$$

18. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

19. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

20. 가로 길이 72cm, 세로 길이 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 12 cm

③ 18 cm

④ 24 cm

⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

22. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 60 cm

해설

$$2) \begin{array}{r} 12 \quad 20 \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 6 \quad 10 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

$$1 \quad 5 \quad 1$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

23. 두 분수 $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{36}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

구하는 수는 24 와 36 의 최소공배수이므로 72 이다.

24. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, $a \leq 100$)

▶ 답: 개

▷ 정답: 20개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,

$$a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$$

$\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 4 인 수이다.

$a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.

\therefore 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20개

25. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ \quad 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

26. x 는 $3^7 \times 5^4$ 의 약수 중에서 a^2 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수를 구하여라. (단, a 는 자연수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$3^7 \times 5^4$ 의 약수 중 (자연수)²이 되는 수는
1, 3^2 , $(3^2)^2$, $(3^3)^2$, 5^2 , $(5^2)^2$, $(3 \times 5)^2$,
 $(3 \times 5^2)^2$, $(3^2 \times 5)^2$, $(3^2 \times 5^2)^2$, $(3^3 \times 5)^2$,
 $(3^3 \times 5^2)^2$ 이다.
∴ 12개이다.

27. 20의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

20 = $2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는

$(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는

$(2 + 1) \times (a + 1) = 6$ (개)가 되어야 한다.

$\therefore a = 1$

28. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

- ① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

29. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

30. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ a &= 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ b &= 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ \therefore a - b &= 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

31. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$

$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$6 = 2 \times 3$ 이다.

32. 어떤 자연수를 5로 나누면 3 이 남고, 6 으로 나누면 4 가 남고, 7 로 나누면 5 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207

② 208

③ 209

④ 210

⑤ 211

해설

5, 6, 7 로 나누면 항상 2 가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x + 2$ 는 5, 6, 7 의 공배수이다.

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 210 의 배수 중 가장 작은 수는 210 이다.

따라서 $x + 2 = 210$ 이므로 $x = 208$ 이다.

33. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 5

④ 9

⑤ 12

해설

최대공약수가 $d \times 5$,

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로

$$a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$$

$$\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$