

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.
- ② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.
- ⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\sqrt{5} - 1 > 1$

㉡ $\sqrt{11} - 2 < -2 + \sqrt{10}$

㉢ $2 - \sqrt{3} < \sqrt{5} - \sqrt{3}$

㉣ $\sqrt{7} + 3 < \sqrt{7} + \sqrt{8}$

㉤ $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

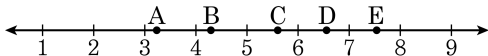
$$\text{㉡ } \sqrt{11} - 2 - (-2 + \sqrt{10}) = \sqrt{11} - \sqrt{10} > 0$$

$$\therefore \sqrt{11} - 2 > -2 + \sqrt{10}$$

$$\text{㉣ } \sqrt{7} + 3 - (\sqrt{7} + \sqrt{8}) = 3 - \sqrt{8} > 0$$

$$\therefore \sqrt{7} + 3 > \sqrt{7} + \sqrt{8}$$

3. 다음 수직선에서 $\sqrt{43}$ 에 대응하는 점은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

$$\sqrt{36} < \sqrt{43} < \sqrt{49}$$

$$\therefore 6 < \sqrt{43} < 7$$

4. $\sqrt{20} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5} = a\sqrt{5} \text{ 이므로 } a = 2 \text{ 이다.}$$

5. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{11}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{33}}$ 을 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이때 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$\sqrt{\frac{28}{11} \times \frac{33}{7}} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 12$$

6. x 가 유리수 일 때, $(2 + x\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 x 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

해설

식 $(2 + x\sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = 6 - 2\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} - 2x$ 가 유리수가 되어야
하므로 $-2\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} = 0$ 이 되어야 한다. 따라서 $-2 + 3x = 0$
이므로 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

7. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것을 두 개 고르면?

① $\sqrt{15} + 1 < 2\sqrt{15} - 1$

② $2\sqrt{5} + \sqrt{7} > \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$

③ $3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} < 4\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5} - 3 > 5\sqrt{5} - 2$

⑤ $3 - \sqrt{10} < 5 - 2\sqrt{10}$

해설

② $2\sqrt{5} + \sqrt{7} > \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$

$$2\sqrt{5} + \sqrt{7} - \sqrt{5} - 2\sqrt{7} = \sqrt{5} - \sqrt{7} < 0$$

$$\therefore 2\sqrt{5} + \sqrt{7} < \sqrt{5} + 2\sqrt{7}$$

④ $3\sqrt{5} - 3 > 5\sqrt{5} - 2$

$$3\sqrt{5} - 3 - 5\sqrt{5} + 2 = -2\sqrt{5} - 1 < 0$$

$$\therefore 3\sqrt{5} - 3 < 5\sqrt{5} - 2$$

⑤ $3 - \sqrt{10} < 5 - 2\sqrt{10}$

$$3 - \sqrt{10} - 5 + 2\sqrt{10} = -2 + \sqrt{10} > 0$$

$$\therefore 3 - \sqrt{10} > 5 - 2\sqrt{10}$$

8. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, $\sqrt{0.002}$ 의 값을 구하면?

① 44.72

② 0.1414

③ 0.4472

④ 0.04472

⑤ 0.01414

해설

$$\sqrt{0.002} = \sqrt{\frac{20}{10000}} = \frac{\sqrt{20}}{100} = \frac{4.472}{100} = 0.04472$$

9. $3.\dot{9}$ 의 음의 제곱근을 a 라고 할 때, a 의 값을 구하면?

① -12

② -6

③ -4

④ -2

⑤ $-\sqrt{3.9}$

해설

$$3.\dot{9} = \frac{39 - 3}{9} = 4, 4 \text{ 의 음의 제곱근은 } -2$$

10. $\sqrt{25-x} = 3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 16$

해설

$$\sqrt{25-x} = \sqrt{9}, \quad 25-x = 9 \quad \therefore x = 16$$

11. $\sqrt{\frac{54}{n^3}}$ 가 유리수가 되도록 하는 최소의 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{\frac{54}{n^3}} = \frac{3\sqrt{6}}{n\sqrt{n}}$ 이므로 유리수가 되기 위하여 근호가 없어져야 한다. 따라서 $\sqrt{\frac{54}{n^3}}$ 가 유리수가 되게 하는 최소의 자연수 $n = 6$ 이다.

12. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{9}$ 와 $\sqrt{16}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ⑤ 서로 다른 무리수 사이에는 무수히 많은 정수들이 있다.

해설

정수는 서로 다른 두 수 사이에 유한개 존재한다.

14. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

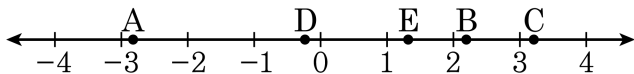
$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

15. 다음은 점 A, B, C, D, E 를 수직선에 표시한 것이다. 잘못 표시한 것은?



보기

A: $-\sqrt{8}$

B: $\sqrt{5}$

C: $3\sqrt{2} - 1$

D: $-\sqrt{2}$

E: $\frac{\sqrt{7}}{2}$

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

A : $-\sqrt{8} = -2. \times \times \times$

B : $\sqrt{5} = 2. \times \times \times$

C : $3\sqrt{2} - 1 = 3. \times \times \times$

D : $-\sqrt{2} = -1. \times \times \times$

E : $\frac{\sqrt{7}}{2} = 1. \times \times \times$

16. $2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{a} = 3 \times \sqrt{6}$ 를 만족하는 양의 유리수 a 의 값은?

① 3

② $\frac{7}{2}$

③ 4

④ $\frac{9}{2}$

⑤ 5

해설

$$\text{좌변} = \sqrt{4 \times 3 \times a}, \text{우변} = \sqrt{9 \times 6} = \sqrt{54}$$

$$4 \times 3 \times a = 54$$

$$\therefore a = \frac{9}{2}$$

17. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{a} \times \sqrt{12} \times \sqrt{2a} = 24$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\sqrt{2 \times 3 \times a \times 12 \times 2a} = 24$$

$$\sqrt{4^2 \times 3^2 \times a^2} = 24$$

$$12\sqrt{a^2} = 24$$

$$12a = 24$$

$$\therefore a = 2$$

18. $\sqrt{15} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{15} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8} &= \sqrt{15 \times 6 \times 8} \\ &= \sqrt{3 \times 5 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2} \\ &= 12\sqrt{5}\end{aligned}$$

19. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^3b^2

해설

$$\sqrt{675} = \sqrt{27 \times 25} = \sqrt{3^3} \sqrt{5^2} = a^3b^2$$

20. $\frac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = 3$ 일 때, a 의 값은?

① 24

② 22

③ 20

④ 18

⑤ 16

해설

$$\frac{3\sqrt{a-4}}{\sqrt{18}} = \frac{3\sqrt{a-4} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{a-4} \times \sqrt{2}}{2} = 3$$

$$\sqrt{a-4} \times \sqrt{2} = 6 = \sqrt{36}$$

$$(a-4) \times 2 = 36$$

$$a-4 = 18$$

$$\therefore a = 22$$

21. $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{4}$ 을 간단히 나타내면?

① $\frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{7\sqrt{5}}{20}$

② $\frac{7\sqrt{2}}{20} + \frac{7\sqrt{5}}{20}$

③ $\frac{9\sqrt{2}}{10} + \frac{7\sqrt{5}}{20}$

④ $\frac{9\sqrt{2}}{10} - \frac{5\sqrt{5}}{20}$

⑤ $\frac{21\sqrt{2}}{5} - \frac{17\sqrt{5}}{20}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{4} \\ &= \frac{15\sqrt{2} - 6\sqrt{2}}{10} + \frac{12\sqrt{5} - 5\sqrt{5}}{20} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{10} + \frac{7\sqrt{5}}{20} \end{aligned}$$

22. 다음 중 분모를 유리화한 결과가 틀린 것은?

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{3+2\sqrt{2}} = 3-2\sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{1}{2-\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{2}{3-2\sqrt{2}} = 6+2\sqrt{2}$$

해설

$$\textcircled{5} \quad \frac{2}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = 6+4\sqrt{2}$$

23. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.

② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.

③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.

④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

24. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=4$

해설

$$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$$

$$\therefore a = 9$$

$$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$$

$$\therefore b = -5$$

$$\therefore a+b = 9-5 = 4$$

25. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 $= \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

26. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$

$$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$$

$$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$$

27. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b \end{aligned}$$

28. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

29. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

30. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

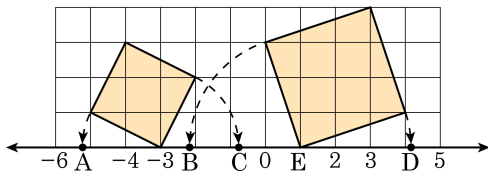
① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

31. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b+d)-(a+c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

(1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$

$$\therefore a = -3 - \sqrt{5}, c = -3 + \sqrt{5}$$

(2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$

$$\therefore b = 1 - \sqrt{10}, d = 1 + \sqrt{10}$$

$$\therefore b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$$

$$\therefore a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$$

따라서 $(b + d) - (a + c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.

32. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a < c$

② $a \times c < b$

③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$$

$$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$$

$$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$$

$$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

33. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A = 12$

해설

$$\begin{aligned}\text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

34. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

- ① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배
④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

$$\text{정삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$$\text{정사각형의 한 변의 길이는 } \frac{3}{4}a \text{ 이므로 정사각형의 넓이는 } \frac{9}{16}a^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$$

$$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (배)}$$

35. $\sqrt{32} + \frac{8}{\sqrt{2}} - \sqrt{50} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{0.2} \times \sqrt{\frac{4}{5}} \times \sqrt{125} = b\sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad \therefore a = 3$$

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{20}{100}} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} &= \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} \times 5\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 1$$

36. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

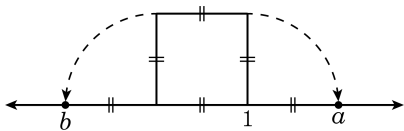
⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} \\ &+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

37. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



① $\sqrt{2} - 2$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $2 - \sqrt{2}$

⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

38. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서

$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$ 이므로

$3 - x = x^2$, $x^2 + x = 3$

$\therefore x^2 + x + 1 = 4$

39. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$

② xy

③ $-xy$

④ $-xz$

⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,

$\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.

따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.

$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$

$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$

$$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

$$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$$

$$= -2xy$$

40. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 6

③ 9

④ 33

⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

41. $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그 때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

59 보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로

$$59 + a = 64, 81, 100 \dots$$

$$\therefore a = 5, 22, 41, \dots$$

따라서 가장 작은 자연수 $a = 5$, $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.

$$\therefore a + b = 5 + 8 = 13$$

42. $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{(b-a)^2} = b-a$

㉡ $\sqrt{(ab)^2} = |ab|$

㉢ $-\sqrt{b^2} > \sqrt{a^2} + 1$

㉤ $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = a+b$

㉥ $\frac{\sqrt{(ab)^2}}{2} > \frac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$

㉦ $\sqrt{(-a)^2} + 1 < 1 - \sqrt{b^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$b < 0 < a$ 이므로

㉠ : $\sqrt{(b-a)^2} = a-b$

㉡ : $\sqrt{(ab)^2} = -ab = |ab|$

㉢ : $-\sqrt{b^2} = b$, $\sqrt{a^2} = a$

$b-a < 0$ 이므로 $-\sqrt{b^2} < \sqrt{a^2} + 1$

㉦ : $\sqrt{(-a)^2} = a$

$-\sqrt{b^2} = -(-b) = b$

$\sqrt{(-a)^2} + 1 > 1 - \sqrt{b^2}$

43. 부등식 $-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수가 모두 3 개일 때, A 가 될 수 있는 자연수를 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A} \text{ 인 정수가 모두 3 개가 되려면 } 1 \leq \sqrt{A} < 2$$

따라서 $1 \leq A < 4$ 이므로 $A = 1, 2, 3$ 이다.

$$\therefore 1 + 2 + 3 = 6$$

44. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b - a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b - \sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a = 2, b = \sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a} = 2$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b - a = \sqrt{2} - 2$ 항상 무리수

④ $ab = 2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b - \sqrt{a} = 0$ 유리수이지만 $a = 1, b = \sqrt{3}$ 일 때는 무리수
따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

45. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이
이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$r = 3\sqrt{2}$$

46. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라.
(단, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

$$6 = \sqrt{36}, 8 = \sqrt{64},$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{63}, a = 63,$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{37}, b = 37,$$

$$\sqrt{a-b} = \sqrt{63-37} = \sqrt{26}$$

47. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

48. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$ 에 대하여, 유리수 x, y 가 $ax + by = 2a + b$ 를 만족할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b 를 각각 대입하면

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$$

양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면

$$x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

$$\therefore x + y = 3$$

49. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

① $a = 1.000, b = 1.13$

② $a = 1.005, b = 1.15$

③ $a = 1.049, b = 1.42$

④ $a = 1.196, b = 1.22$

⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105 인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

50. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 넘지 않는 최대 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타내고, $f(n) = 11$ 인 자연수 n 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $f\left(\frac{a-b}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(n) = 11$ 이므로

$$11 \leq \sqrt{n} < 12$$

$$121 \leq n < 144$$

따라서 최댓값 $a = 143$, 최솟값 $b = 121$ 이다.

즉, $f\left(\frac{a-b}{3}\right) = f\left(\frac{22}{3}\right)$ 에서 $\sqrt{\frac{22}{3}}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 2 이다.