

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 음수의 제곱근은 음수이다.

② 양수의 제곱근은 양수이다.

③ 양수 a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

④ $\sqrt{a}$ 는 a 의 양의 제곱근이다. (a 는 양수)

⑤ 0 을 제외한 모든 양수의 제곱근은 2 개씩 있다.

해설

① 음수의 제곱근은 없다.

② 양수의 제곱근은 양의 제곱근과 음의 제곱근이 있다.

③ 양수 a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 0 을 제외한 모든 양수의 제곱근은 2 개씩 있다.

2. 다음 중 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 제곱근은?

① $-\sqrt{4}$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25}$

④ $\pm\sqrt{100}$

⑤ 0

해설

① $-\sqrt{4} = -2$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25} = 5$

④ $\pm\sqrt{100} = \pm 10$

⑤ 0

3. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2} = -\sqrt{25a^2} + |4a| = -|5a| + |4a| = -a$$

4. $2 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-5)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x - 2 > 0$ 이고, $x - 5 < 0$ 이므로
(준식) $= x - 2 - (x - 5) = 3$

5. 다음 중 무리수가 아닌 것은?

① $1.313131..$

② $3.123123412345...$

③ π

④ $\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

① $1.313131.. = 1.\dot{3}\dot{1}$ (순환소수) 이므로 유리수이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{13}$

② 0의 제곱근은 2개이다.

③ $\sqrt{25} > 5$

④ $\pi - 3.14$ 는 유리수이다.

⑤ $\sqrt{25} - \sqrt{16} = \sqrt{1}$

해설

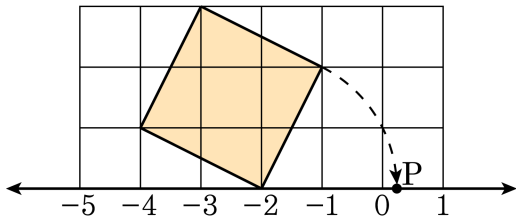
① $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 = \sqrt{25}$

② 0의 제곱근은 0이므로 1개

③ $\sqrt{25} = 5$

④ (무리수) - (유리수) = (무리수)

7. 다음 수직선 위에서 점 P에 대응하는 수는?



① $-2 + \sqrt{2}$

② $-2 - \sqrt{2}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2 + \sqrt{5}$

⑤ $-2 - \sqrt{5}$

해설

정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, 따라서 점 P에 대응하는 수는 $-2 + \sqrt{5}$ 이다.

8. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 유리수는 조밀하여 수직선을 빈틈없이 메운다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 무리수가 없다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 유리수가 없다.
- ④ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.
- ⑤ 수직선은 무리수로 완전히 채울 수 있다.

해설

- ①, ② 서로 다른 유리수와 유리수 사이에는 무한히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 무리수와 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
- ⑤ 수직선은 유리수와 무리수로 완전히 메워진다.

9. 다음은 $a = 4\sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{6}$ 의 대소를 비교하는 과정이다.
 안에 알맞은 것을 순서대로 넣은 것은?

$$\begin{aligned}
 a & \quad \square \quad b = 4\sqrt{2} - \square \\
 & = \sqrt{32} - \sqrt{54} \quad \square \quad 0 \\
 \therefore a & \quad \square \quad b
 \end{aligned}$$

① $+$, $3\sqrt{6}$, $<$, $>$

② $+$, $4\sqrt{2}$, $>$, $>$

③ $-$, $3\sqrt{6}$, $>$, $>$

④ $-$, $4\sqrt{2}$, $<$, $<$

⑤ $-$, $3\sqrt{6}$, $<$, $<$

해설

$$\begin{aligned}
 a - b &= (4\sqrt{2}) - (3\sqrt{6}) \\
 &= \sqrt{32} - \sqrt{54} < 0
 \end{aligned}$$

$\therefore a < b$ 이다.

10. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$ 의 값은?

① 1

② $3\sqrt{7}$

③ 4

④ 21

⑤ 49

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\therefore \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{21}}{3} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{\sqrt{21}^2}{21} = 1$$

11. $\sqrt{12} \times \sqrt{18} = a\sqrt{a}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{6} \\ &= a\sqrt{a}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 6$$

12. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는?

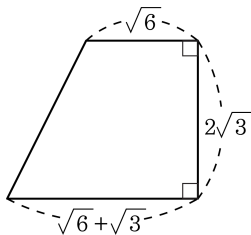
① $2\sqrt{6} + 3$

② $3\sqrt{6} + 3$

③ $4\sqrt{2} + 3$

④ $5\sqrt{2} + 3$

⑤ $6\sqrt{2} + 3$



해설

$$(\text{사다리꼴의 넓이}) = (\text{윗변} + \text{아랫변}) \times (\text{높이}) \times \frac{1}{2}$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = (2\sqrt{6} + \sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{2} + 3$$

13. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\textcircled{1} \quad a - b = \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8})$$

$$= \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\textcircled{2} \quad b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3)$$

$$= -\sqrt{7} + 3 = \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore b - a > 0$$

$$\textcircled{3} \quad \text{좌변} = b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$$

$$\text{우변} = 3 = \sqrt{9}$$

$$\therefore b + \sqrt{7} < 3$$

$$\textcircled{4} \quad a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$$

$$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore ab < 0$$

$$\textcircled{5} \quad a + 1 = (\sqrt{8} - 3) + 1 = \sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$$

$$\therefore a + 1 > 0$$

14. 다음 표는 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712

① $\sqrt{2.60}$

② $\sqrt{2.72}$

③ $\sqrt{2.91}$

④ $\sqrt{2.61} - \sqrt{2.94}$

⑤ $\sqrt{2.83} + \sqrt{2.70}$

해설

④ 주어진 제곱근표로는 $\sqrt{2.94}$ 를 구할 수 없다.

15. 제곱근표에서 $\sqrt{2.41} = 1.552$, $\sqrt{24.1} = 4.909$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{241} = 15.52$

② $\sqrt{0.241} = 0.4909$

③ $\sqrt{2410} = 49.09$

④ $\sqrt{24100} = 155.2$

⑤ $\sqrt{0.0241} = 0.01552$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } \sqrt{0.0241} &= \sqrt{2.41 \times 0.01} \\ &= 0.1 \sqrt{2.41} = 0.1 \times 1.552 \\ &= 0.1552\end{aligned}$$

16. $X = \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2$ 일 때, $10X$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} X &= \sqrt{144} \times \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt{\frac{25}{4}} \div \left(-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)^2 \\ &= 12 \times \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = 8 - 2 = 6 \end{aligned}$$

따라서 $10X = 60$ 이다.

17. $12 < \sqrt{3x+40} < 15$ 일 때, $\sqrt{3x+40}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 43$

▷ 정답 : $x = 52$

해설

$$12 < \sqrt{3x+40} < 15$$

$$3x+40 = 13^2 = 169, \quad x = 43$$

$$3x+40 = 14^2 = 196, \quad x = 52$$

18. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는?

$$4, \sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{3}$$

① 4

② $\sqrt{\frac{1}{2}}$

③ $-\sqrt{12}$

④ -2

⑤ $\sqrt{3}$

해설

4, $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, -2, $-\sqrt{12}$ 의 순서이므로 네 번째에 오는 수는 -2 이다.

19. $\sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

20. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} x^2 = 9$$

$$\textcircled{\text{㉡}} x^2 = 121$$

$$\textcircled{\text{㉢}} x^2 = \frac{16}{25}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} x^2 = \frac{8}{49}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} x^2 = 7$$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉥

⑤ ㉤, ㉥

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\textcircled{\text{㉡}} x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$$

$$\textcircled{\text{㉢}} x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

21. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

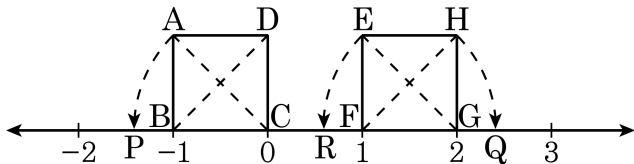
해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

22. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. P, Q, R 세 점의 좌표를 p, q, r 이라 할 때, $p + q + r$ 의 값이 $a + b\sqrt{2}$ 였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 2$

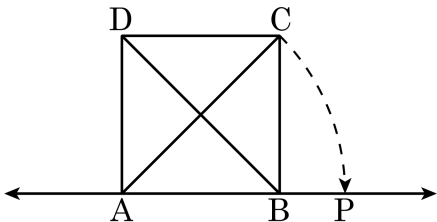
해설

$p = -\sqrt{2}$, $q = 1 + \sqrt{2}$, $r = 2 - \sqrt{2}$ 이므로

$p + q + r = 3 - \sqrt{2}$ 이다.

따라서 $a = 3$, $b = -1$ 이므로 $a + b = 2$ 이다.

23. 다음 그림에서 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이다. 점 B 에 대응하는 수가 $2 + \sqrt{2}$ 일 때, 점 P 에 대응하는 수가 $a + b\sqrt{2}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $a + b = 3$

해설

점 A 의 좌표는 $2 + \sqrt{2} - 1 = 1 + \sqrt{2}$

점 P 의 좌표는 $(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2}$ 이므로 $a + b = 3$ 이다.

24. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서 $4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0$

$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서 $3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0$

$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서 $\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서 $3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0$

$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서 $\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} = \frac{7\sqrt{20}}{35} -$

$\frac{5\sqrt{42}}{35} = \frac{\sqrt{980} - \sqrt{1050}}{35} < 0$

$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$

25. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$
일 때, A , B , C , D , E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는
것은?

① A

② B

③ C

④ D

⑤ E

해설

$$A = \sqrt{12} + 1 = 4. \dots$$

$$B = 5$$

$$C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5. \dots$$

$$D = \sqrt{15} + 1 = 4. \dots$$

$$E = \sqrt{48} - 1 = 5. \dots$$

따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

26. 다음 중 무리수 $\sqrt{2} + 1$ 과 $2\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은?

① $3\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3} + 2$

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$ 이므로 $\sqrt{2} + 1 \approx 2.414$

$\sqrt{3} \approx 1.732$ 이므로 $2\sqrt{3} \approx 3.464$

⑤ $\sqrt{3} + 2 \approx 3.732$

27. $-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = n\sqrt{10}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = -3$

해설

$$-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = -3\sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{10}$$

따라서 $n = -3$ 이다.

28. $\sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{18}}{6} = a\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{6} \div 3\sqrt{3} \times \frac{3}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{18}}{6} \\ &= \sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{3}} \times \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{6}{3\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ & \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

29. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{216} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}$ 를 a , b 로 나타내면?

① $6a + 2b$

② $6a + 2ab$

③ $6ab + 2b$

④ $2ab + 6b$

⑤ $2a + 6ab$

해설

$$\sqrt{216} = \sqrt{2^3 \times 3^3} = 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} = 2a \times 3b = 6ab$$

$$\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{24} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{48}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} = 2b$$

$$\therefore \sqrt{216} + \left(\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}} \right) = 6ab + 2b$$

30. $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$a + b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{5}$$

$$a - b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b) &= \sqrt{5}\sqrt{5} + \sqrt{3}\sqrt{3} \\ &= 5 + 3 \\ &= 8\end{aligned}$$

31. $a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$ 일 때, $a(a - 2b) - 3b^2$ 의 값은?

① $-18 - 2\sqrt{5}$

② $-18 + 2\sqrt{15}$

③ $-12 + 2\sqrt{15}$

④ $18 - 2\sqrt{15}$

⑤ $18 + 2\sqrt{15}$

해설

$$(\text{준식}) = a(a - 2b) - 3b^2 = a^2 - 2ab - 3b^2$$

$a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$(\text{준식}) = 3 - 2 \times (-\sqrt{3} \sqrt{5}) - 3 \times 5 = -12 + 2\sqrt{15}$$

32. 등식 $5 + 3\sqrt{2} + 3x - y = 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 3$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -11$

▷ 정답 : $y = -25$

해설

$$5 + 3\sqrt{2} + 3x - y = 2\sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 3$$

$$(5 + 3x - y + 3) + (3 - 2x + y)\sqrt{2} = 0$$

$$\begin{array}{r} 3x - y = -8 \\ +) -2x + y = -3 \\ \hline x = -11, y = -25 \end{array}$$

33. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{2}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(2 + \sqrt{2})^2}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\&= \frac{4 + 4\sqrt{2} + 2}{4 - 2} - \sqrt{2} \\&= \frac{4\sqrt{2} + 6}{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} \\&= \sqrt{2} + 3\end{aligned}$$

34. $\sqrt{11}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a^2 + 6a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a = \sqrt{11} - 3$$

$a + 3 = \sqrt{11}$ 의 양변을 제곱하면

$$a^2 + 6a + 9 = 11$$

$$\therefore a^2 + 6a = 2$$

35. $\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $2a^2 + 5b$ 의 값은?

① $-1 + 2\sqrt{2}$

② $-2 + 2\sqrt{2}$

③ $-2 + 4\sqrt{2}$

④ $-3 + 5\sqrt{2}$

⑤ $-4 + 5\sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, b = \sqrt{2} - 1$$

$$2a^2 + 5b = 2 \times 1^2 + 5 \times (\sqrt{2} - 1)$$

$$= 2 + 5\sqrt{2} - 5$$

$$= -3 + 5\sqrt{2}$$

36. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

37. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

a 를 대입하면 $\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b$ 이다.

따라서 $b = 90$ 이다.

38. $\sqrt{960 - 32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M - 2m$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\sqrt{960 - 32a} = \sqrt{16(60 - 2a)} = 4\sqrt{60 - 2a}$$

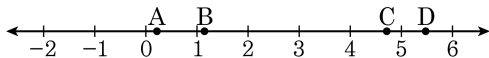
$60 - 2a = 0$ 일 때, a 는 최대

$60 - 2a = 36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60 - 36}{2} = 12$$

$$M - 2m = 30 - 2 \times 12 = 6$$

39. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2$, $3\sqrt{2}-4$, $4-2\sqrt{2}$, $3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



① $a + b = \sqrt{2}$

② $c + d = 3\sqrt{3} + 5$

③ $3(a + b) > c + d$

④ $b - a > 0$

⑤ $c - d < 0$

해설

$$\sqrt{12} + 2 = 5. \times \times \times \leftarrow d$$

$$3\sqrt{2} - 4 = 0. \times \times \times \leftarrow a$$

$$4 - 2\sqrt{2} = 1. \times \times \times \leftarrow b$$

$$3 + \sqrt{3} = 4. \times \times \times \leftarrow c$$

$$\textcircled{3} \ a + b = \sqrt{2} \rightarrow 3(a + b) = 3\sqrt{2}$$

$$c + d = 3\sqrt{3} + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore 3(a + b) - (c + d) &= 3\sqrt{2} - (3\sqrt{3} + 5) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{27} - 5 < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 3(a + b) < c + d$$

40. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

41. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2 + 3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

42. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$$

$$= a \frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b \frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}}$$

$$= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab}$$

$ab = 2$ 를 대입하면

$$\sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

43. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

① -1

② $\sqrt{101} - 1$

③ $\sqrt{102} - 1$

④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$

⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$f(0) = \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(2) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(99) = \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101}$$

$$f(100) = \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$\therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$$

$$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + \sqrt{102}$$

44. $\frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} - \sqrt{12} = A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{12\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{9\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $A = -\frac{3}{2}$ 이다.

45. $-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분을 A , 소수부분을 B 라 할 때, $\frac{B+7A}{B-A}$ 의 값은?

① $\frac{-13-4\sqrt{10}}{3}$

② $\frac{13-4\sqrt{10}}{3}$

③ $-14-2\sqrt{10}$

④ $14+2\sqrt{10}$

⑤ $18+2\sqrt{10}$

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 이고 $1 < \sqrt{10} - 2 < 2$ 이므로

$-2 + \sqrt{10}$ 의 정수부분 $A = 1$

소수부분 $B = -3 + \sqrt{10}$

$$\begin{aligned} \frac{-3 + \sqrt{10} + 7}{-3 + \sqrt{10} - 1} &= \frac{4 + \sqrt{10}}{-4 + \sqrt{10}} \\ &= \frac{(\sqrt{10} + 4)^2}{-6} \\ &= \frac{16 + 10 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{26 + 8\sqrt{10}}{-6} \\ &= \frac{13 + 4\sqrt{10}}{-3} \end{aligned}$$

46. $\sqrt{(-4)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $12\sqrt{6\sqrt{576}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -24$

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = (\pm 2)^2$$

$$\therefore a = -2$$

$$12\sqrt{6\sqrt{576}} = 12\sqrt{6 \times 24}$$

$$= 12 \times 12$$

$$= 144$$

$$= (\pm 12)^2$$

$$\therefore b = 12$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot 12 = -24$$

47. 3의 음의 제곱근과 양의 제곱근을 각각 a, b 라 할 때, 다음 식을 계산하여라.

$$\sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$a = -\sqrt{3}, b = \sqrt{3}$ 이므로,

$$\begin{aligned} & \sqrt{\sqrt{9(a^2b^2)^3}} - \sqrt{5a^2 - 2b^2} \\ &= \sqrt{\sqrt{9\{(-\sqrt{3})^2(\sqrt{3})^2\}^3}} - \sqrt{5(-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{\sqrt{9^4}} - \sqrt{15 - 6} = 9 - 3 = 6 \end{aligned}$$

48. 부등식 $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$2 < \sqrt{2x} \leq 3$$

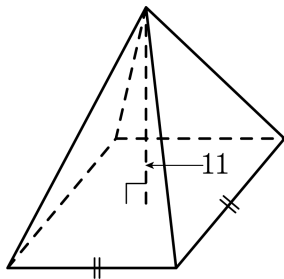
각 변을 제곱하면

$$4 < 2x \leq 9$$

$$2 < x \leq \frac{9}{2}$$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수는 3, 4 이다.

49. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 330 cm^3 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}$ cm

해설

밑면의 한 변의 길이 : $x\text{ cm}$

$$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330, x^2 = 90$$

$$\therefore x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} (\text{cm})$$

50. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 x , y , z 인 직육면체에 대하여 $x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이고 모서리의 길이의 합이 $4\sqrt{27}$ 일 때, $xy+yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $xy + yz = \frac{63}{16}$

해설

$$x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2}) \text{ 이므로}$$

$$\frac{x}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{z}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = k \text{라 하면}$$

$$x = (\sqrt{2}+2\sqrt{3})k$$

$$y = (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k$$

$$z = (\sqrt{5}-\sqrt{2})k$$

(단, $k > 0$)

직육면체의 모서리의 합이 $4\sqrt{27}$ 이므로

$$4(x+y+z) = 4\sqrt{27}, \quad x+y+z = \sqrt{27}$$

$$(\sqrt{2}+2\sqrt{3})k + (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k + (\sqrt{5}-\sqrt{2})k = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{3}k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore k = \frac{3}{4}$$

$$\therefore xy + yz = \frac{3}{4}(\sqrt{2}+2\sqrt{3}) \times \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) + \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times$$

$$\frac{3}{4}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = \frac{63}{16}$$