

1. 자연수 A 와 20 의 최대공약수가 4 이고, 최소공배수가 80 일 때,
자연수 A 는?

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

해설

$$A \times 20 = 4 \times 80 \text{ 이므로}$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

2. 다음 식을 만족하는 a , b , c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

3. 가로의 길이가 16cm, 세로의 길이가 12cm, 높이가 24cm인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm

② 48cm

③ 72cm

④ 96cm

⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24의 최소공배수이므로 48cm이다.

4. 가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 8 cm, 높이가 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는?

- ① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm ④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm이다.

$$\begin{array}{r} 2) \quad 6 \quad 8 \quad 12 \\ 2) \quad 3 \quad 4 \quad 6 \\ 3) \quad 3 \quad 2 \quad 3 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

5. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니바퀴의 수는 36 개, B 의 톱니의 수는 48 개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A 가 몇 바퀴 돋 후인가?

- ① 4 바퀴
- ② 5 바퀴
- ③ 6 바퀴
- ④ 7 바퀴
- ⑤ 8 바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

\therefore A 가 돋 회수는 $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴) 이다.

6. 38 을 나누면 2 가 남고 45 를 나누면 3 이 부족한 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$ 과 $45 + 3 = 48$ 의 최대공약수는 12 이다.

7. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 - 3, 38 - 2, 32 - 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

8. 어떤 자연수로 35 를 나누면 나누어 떨어지고, 72 를 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 35

해설

어떤 수는 $35, 72 - 2 = 70$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 35 이다.

9. 가로의 길이가 450 m, 세로의 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30 m
- ② 15 m
- ③ 10 m
- ④ 3 m
- ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30 m이다.

10. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

11. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

12. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 4 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$

13. 다음 수 중 21 과 서로소인 수는?

① 6

② 14

③ 18

④ 26

⑤ 35

해설

$$21 = 3 \times 7$$

① 2×3

② 2×7

③ 2×3^2

④ 2×13

⑤ 5×7

21 과의 최대공약수가 1 인 수는 ④이다.

14. $5^6 \times \boxed{\quad}$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\boxed{\quad}$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\boxed{\quad}$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$$\therefore 4$$

15. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

16. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수:

$$(3+1) \times (2+1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수:

$$(2+1) \times (1+1) \times (x+1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

17. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 2^{11}

② $3^5 \times 7$

③ 84

④ 132

⑤ 180

해설

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(5 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

③ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이므로

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로

$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

18. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a , b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45

② 60

③ 75

④ 90

⑤ 105

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } a = 3 \times 5$$

$$2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$a = 15, b = 60$$

$$\therefore b - a = 45$$

19. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

20. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3, 7

③ 2, 3, 5, 7

④ $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$

⑤ $2^3, 3^2, 5, 7^4$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

21. 다음 중 자연수 180를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$

⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$2) \underline{180}$$

$$2) \underline{90}$$

$$3) \underline{45}$$

$$3) \underline{15}$$

5

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

22. 다음 중 합성수인 것은?

- ① 13
- ② 29
- ③ 41
- ④ 53
- ⑤ 81

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 81 이다.

23. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

24. $\frac{n}{18}$, $\frac{n}{24}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하는 과정이다.

다음 안에 알맞은 것을 써넣어라.

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면 n 은 18과 24의 이어야 한다.
㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 이다.
㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 공배수

▷ 정답 : 최소공배수

▷ 정답 : 72

해설

- ㉠ 두 분수가 자연수가 되려면, n 은 18과 24의 공배수이어야 한다.
㉡ 공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
㉢ n 의 값 중 가장 작은 수는 72이다.

25. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라.

- ① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$
- ② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$
- ③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
- ④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^3 \times 5 \\ 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \\ \hline \text{최대공약수} : 2^2 \times 3 \times 5 \\ \text{최소공배수} : 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \end{array}$$

26. 6 으로 나누거나 8 로 나누어도 3 이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 23
- ② 24
- ③ 25
- ④ 26
- ⑤ 27

해설

6,8 의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

27. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

3, 4의 최소공배수는 12이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

28. 우리 마트는 오픈 10 주년을 맞이하여 할인 행사를 한다고 한다. 마트 내에 과일가게는 4 일마다 반값으로 할인을 하고, 정육점은 6 일마다 반값으로 할인을 한다. 행사가 같은 날에 동시에 시작하여 다음에 처음으로 동시에 할인을 하는 날은 며칠 후인지 구하여라.

▶ 답 : 일 후

▷ 정답 : 12일 후

해설

4 와 6 의 최소공배수는 12 이므로 다음에 처음으로 동시에 할인 행사를 하는 날은 12 일 후이다.

29. 토마토 15개, 키위 21개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

- ① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

15개, 21개를 똑같이 나누면 3개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수 6이다.

30. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

$$\begin{aligned} a, b \text{ 의 공약수는 최대공약수 } 24 \text{ 의 약수와 같으므로 } 24 &= 2^3 \times 3 \\ (a, b \text{의 공약수의 개수}) &= (24 \text{의 약수의 개수}) \\ &= (3+1) \times (1+1) \\ &= 8(\text{개}) \end{aligned}$$

31. 다음은 영웅이와 미소의 대화이다. □ 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!

미소 : 무엇을 구했는데?

영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.

미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □, □, 10, 15, 30이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

영웅 : 드디어 구했어! 미소야!

미소 : 무엇을 구했는데?

영웅 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 30이 답이야.

미소 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?

영웅 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

미소 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

미소 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 3, □ = 5, □ = 6, 10, 15, 30이구나.

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, 2 의 약수는 1 과 2 , 3 의 약수는 1 과 3, 5 의 약수는 1 과 5 이므로

이들을 각각 곱하여 약수를 구하면 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 이다.

32. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 48의 소인수는 2, 3이다.
- ② 22과 35는 서로소이다.
- ③ 90의 소인수는 3개이다.
- ④ 143은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

33. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다.
그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄹ
- ⑤ ㅁ

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

$3^4 \times 11$	11	3×11
$3^2 \times 11^2$	16	3×11^2
33	2×3^2	$3^4 \times 11^5$
$3^2 \times 11$	121	$3^3 \times 11^5$

34. 다음은 나예빼가 넌멋져에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빼와 넌멋져가 만나는 시간이 나타난다. 나예빼와 넌멋져가 몇 시에 만나는지 구하여라.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

▶ 답 : 시

▷ 정답 : 3시

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3$, $8 = 2^3$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

2×3	12	$2^2 \times 3$
11	$2 \times 3^3 \times 5^2$	$2^4 \times 3^3$
$2^3 \times 3^2$	2×3^3	1
$3^2 \times 11$	100	2×3^2
8	3^3	$2^3 \times 3$

따라서 나예빼와 넌멋져가 만나는 시간은 3 시이다.

35. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 6

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$